

非排水圧縮せん断を受ける正規圧密粘土の局所ひずみの遷移

The transition of localized strain for undrained plane strain compression loading of normally consolidated clay

志比利秀 Toshihide SHIBI (島根大学総合理工学部)
 亀井健史 Takeshi KAMEI (島根大学総合理工学部)
 永吉雄大 Takehiro NAGAYOSHI (島根大学大学院総合理工学研究科)

平面ひずみ条件下において、正規圧密粘性土供試体を非排水圧縮せん断した場合に観察される一連の変形挙動を追跡するために、非共軸 Cam-clay モデルを有限変形有限要素法に適用することにより解析を行った。その際、解析条件として供試体上部右端と下部左端の位置に微小な初期不整を導入した。その結果、ひずみの局所化は初期不整から離れた位置で生成し始めることを解析的に明らかにした。すなわち、初期不整の位置は、ひずみの局所化およびせん断帯の発生方向の要因となるが、発生位置とはならないことが解析的に示された。

キーワード：圧密非排水せん断、すべり面、せん断帯、分岐、平面ひずみ、有限要素法 (IGC : D06, E13)

1. はじめに

地盤材料に荷重を加えていくと、せん断変形の進行に伴って次第にひずみが局所化し、せん断帯が形成される。その結果、地盤材料内のせん断帯が形成された領域ではせん断強さが減少し、地盤材料は破壊する。このような地盤材料の破壊現象は、突然発生するのではなく、一連の変形挙動を経た後に起こる。このため、地盤材料の破壊メカニズムを解明する場合、供試体の一連の変形挙動すなわちひずみの局所化（局所変形）に関する解析が重要になる。

本研究では、局所変形が現われる例として、非排水条件下における正規圧密粘性土供試体の圧縮せん断試験を考える。圧縮せん断が進行してゆくと、供試体は主応力差の小さい範囲においては、その寸法を変えながらも均一な変形を続ける。しかし、主応力差が最大値に近づくにつれて、供試体の変形は非均一な変形へと移行し、棒の座屈や樽型に膨らむような局所的な変形を顕在化させる。このような非均一な変形が生じる最大主応力差近傍においては、供試体内にせん断ひずみの局所化が生じ始める。その後、さらに圧縮が進行すると、最大せん断ひずみが増大してゆき、最終的に一つのすべり面が形成され、供試体は破壊に至る。

前述したような供試体の局所変形を解析しようとする試みが近年精力的に行われている。その試みには、理論的な、あるいは数値解析的な手法等が考えられる。理論的な手法として有限変形理論に基づいた分岐解析（分岐荷重・分岐モード解析）^{1)~4)}がある。このような分岐解析は、圧縮せん断の際に観察される様々な供試体の変形形態を説明できる。しかしながら、その後の供試体の変形挙動を追跡することは困難となる。

一方、数値解析的な手法を用いた例として、平面ひず

み条件下における有限要素法を用いた正規圧密粘性土供試体の変形挙動のシミュレーションがある。その特徴は、理論的な分岐解析においては比較的困難な分岐後の供試体の変形挙動を数値解析的にシミュレーションすることができる点にある。しかしながら、この手法は分岐点を求めるための固有値解析の際に供試体モデルを相当数の要素で分割するため、計算機の空間的、および時間的な容量が膨大になるという問題が存在する。この問題を避けるために、供試体に微小な初期不整を与えて有限要素解析を行い、その初期不整が導く分岐経路を解析する手法がある。そのような初期不整を与えた数値解析の例として、初期不整を供試体中央部に与えた Asaoka *et al.*⁵⁾が行った解析例や、初期不整として余弦波の微小な分岐モードを供試体に与えて飽和粘性土の変形挙動を追跡した小林ほか⁶⁾が行った解析例がある。

本研究では、平面ひずみ条件下において正規圧密粘性土供試体を非排水圧縮せん断した場合に観察される一連の変形挙動を追跡するために、有限変形有限要素法を用いて解析した。なお、土の構成モデルとして非共軸 Cam-clay モデル⁷⁾を適用した。本研究においても、Asaoka *et al.*⁵⁾や小林ほか⁶⁾と同様に計算機の空間的、および時間的な容量の問題を回避するため、正規圧密粘性土供試体に微小な初期不整を導入して有限要素解析を行うものとする。しかしながら、初期不整の位置は既往の研究例^{5), 6)}とは異なり、供試体上部右端と下部左端の位置に与えた。これは、実際の供試体整形時に初期不整が上下端面に入りやすく、また、初期不整が供試体の強度に影響を及ぼさない位置にあることを考慮している。その結果、本研究の解析条件は、実際の圧縮せん断試験において、供試体の初期条件により近いものとなる。上記の解析結果から、供試体内に発生する最大せん断ひず

みの分布の遷移を図示し、せん断帯およびすべり面の発生位置について考察する。

2. 解析モデル

(1) Cam-clay モデル⁷⁾

本研究では、土の構成方程式の中で最も基本的なモデルの一つとして、粘土の圧密およびせん断挙動を統一的に表現できる Cam-clay モデル⁸⁾を用いた。このモデルの特徴は、4つの土質定数 (e, λ, κ, M) から、正規圧密状態、および過圧密比の小さな粘性土の応力-ひずみ曲線を定式化している。以下その主要な事柄を説明する。

まず、Cam-clay モデルは、1) 土は連続体として挙動する、2) 土は等方性である、3) 体積ひずみ増分は一部回復可能であるが、せん断ひずみ増分は回復不可能である、4) せん断中に消費される仕事は、すべて摩擦として消費される、5) 降伏曲面は塑性ポテンシャル面である、すなわちひずみ増分ベクトルは降伏曲面に直交するという5つの仮定の上に構築されている。

以上の仮定により、降伏曲線を定める微分方程式が得られ、それを解くと Cam-clay モデルに対する降伏曲線は

$$f = \frac{q}{Mp'} + \ln \frac{p'}{p_0} = 0 \quad (1)$$

となる。また、 q は主応力差、 p' は平均有効主応力、 p_0 は先行圧密圧力、 M は限界状態における応力比である。

(2) 有限変形 Cam-clay モデル⁷⁾

Yatomi *et al.*⁸⁾は、せん断帯の生成とその進展を考察するために、上記特徴のもつ微小変形における Cam-clay モデルを有限変形に拡張した。次にせん断変形をより発生しやすくするため、形式的に Rudnicki and Rice⁹⁾の理論に従い、非共軸 Cam-clay モデルを考えた。

そこで本研究では、有限変形理論を用いることから、有限変形に拡張された非共軸 Cam-clay モデルを適用する。

まず、有限変形共軸 Cam-clay モデルの構成式は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \dot{T}'_{ij} &= E_{ijkl} D_{kl} \quad (2) \\ E_{ijkl} &= (\tilde{K} - \frac{2}{3}\tilde{G})\delta_{ij}\delta_{kl} + \tilde{G}(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}) \\ &\quad - \frac{1}{\tilde{G} + \tilde{K}\tilde{\beta} + h} (\frac{\tilde{G}}{\bar{\tau}} S_{ij} - \tilde{K}\tilde{\beta}\delta_{ij}) (\frac{\tilde{G}}{\bar{\tau}} S_{kl} - \tilde{K}\tilde{\beta}\delta_{kl}) \end{aligned}$$

ここで、 \tilde{K} と \tilde{G} は、それぞれ体積弾性係数とせん断弾性係数を表わし、以下のように表わす。

$$\tilde{K} = (1+e)p'/\kappa, \quad \tilde{G} = \{3(1-2\nu)p'\}/\{2(1+\nu)\} \quad (3)$$

ここで、 e は間隙比、 κ は自然対数表示による膨潤指数、 ν はポアソン比を表わす。さらに、 $\beta = M - \eta$ 、 $\bar{\beta} = \beta/\sqrt{3}$ 、 $\bar{\tau} = \sqrt{S_{ij}S_{ij}/2}$ となり、 η は応力比 q/p' である。また、 h は硬化係数を表わしており、次式で表わされる。

$$h = \frac{\bar{\beta}}{\sqrt{3}D} p' \quad (4)$$

ここで、 $D = (\lambda - \kappa)/\{M(1+e)\}$ ¹⁰⁾ はダイレイタンス係数、 λ は自然対数表示による圧縮指数である。

次に有限変形非共軸 Cam-clay モデルの構成関係式は、Yatomi *et al.*⁷⁾の理論に従い、式(2)において物質パラメータを以下のように置き換えることによって与えられる。

$$\begin{aligned} \tilde{G} &\rightarrow \frac{h_1\tilde{G}}{h_1 + \tilde{G}}, \quad \tilde{K} \rightarrow \frac{(h_1 - h)\tilde{K}}{h_1 - h - \bar{\beta}^2\tilde{K}} \\ h &\rightarrow \frac{h_1h}{h_1 - h}, \quad \bar{\beta} \rightarrow \frac{h_1\bar{\beta}}{h_1 - h} \quad (5) \end{aligned}$$

なお、 h_1 は第2硬化係数と呼ばれ、式(4)の硬化係数と同様の形で次式のように仮定する。

$$h_1 = \frac{\bar{\beta}}{\sqrt{3}A} p' (> 0) \quad (6)$$

ここで、 A は非共軸パラメータと呼ばれ、 $A=0$ のとき共軸モデルを表わし、 $A>0$ のとき非共軸モデルを表わす。非共軸 Cam-clay モデルを用いるにあたり、非共軸パラメータ A の値を決定する必要がある。非共軸パラメータ A の値は、既往の研究において、 $A=0.01$ が適当であると報告されている^{1)~4), 7)}。したがって、本研究においても、 $A=0.01$ を適用する。

3. 解析手法および解析条件

本研究では、有限変形弾塑性論に基づく土/水連成有限要素解析手法^{5), 6), 11)~13)}を適用し、分岐解析を行った。ただし、有限要素法を用いる分岐解析においては、全体剛性マトリックスの固有値解析に莫大な計算量が必要となるため、時間的・経済的な面で問題が生じる。そこで本研究では、あらかじめ供試体に初期不整を与えることによって、分岐経路の挙動を導く擬似分岐解析¹⁴⁾を行うものとする(図-1)。擬似分岐解析は、人為的に解析モデルに初期不整を与えることになるが、実際の供試

表-1 本解析に用いた土質定数^{7), 12)}

λ	=	0.231
κ	=	0.042
ν	=	0.333
e	=	1.5
M	=	1.43
A	=	0.01

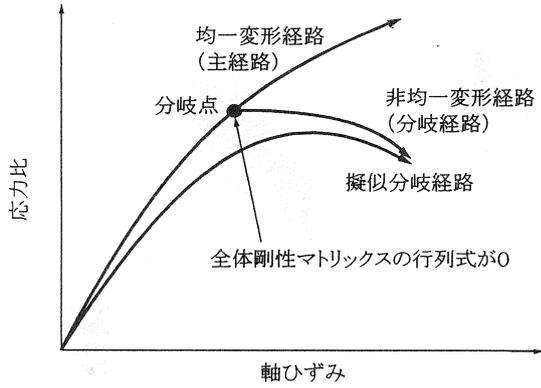


図-1 分岐解析と擬似分岐解析の応力-ひずみ関係の概念

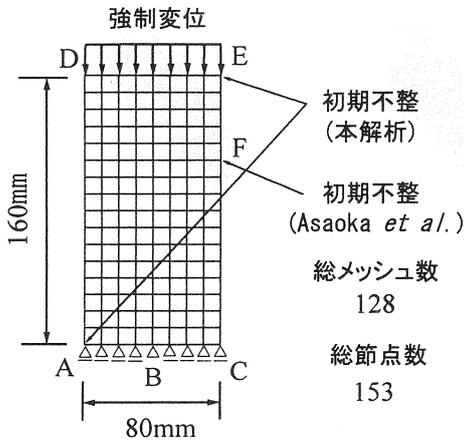


図-2 本解析に用いた供試体およびAsaoka et al.⁵⁾の初期不整導入位置

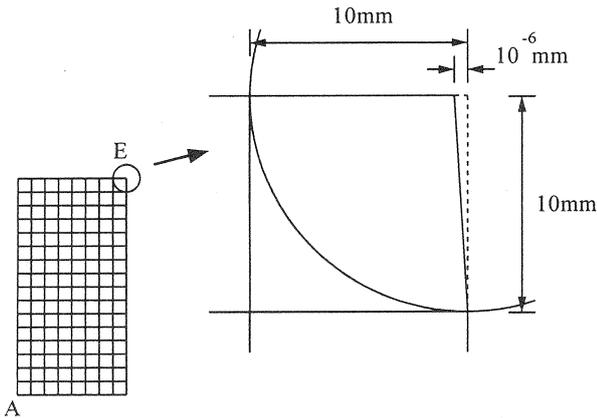


図-3 本解析で用いた初期不整の形状

体は初期形状に何らかの不整を有している場合も多く認められるため、このような条件を解析の初期条件として仮定することは、解析上大きな問題ないものと思われる。しかも、固有値解析が必要となる莫大な計算容量・時間等が節約される。本研究では、この擬似分岐解析を用い、平面ひずみ条件下における正規圧密粘性土供試体を圧縮

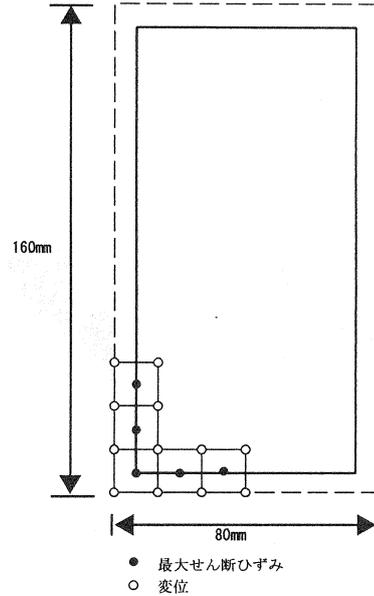


図-4 最大せん断ひずみのメッシュ

せん断した場合に観察される供試体内に発生する最大せん断ひずみの分布の遷移をシミュレーションする。

次に解析条件として、使用した要素は4節点アイソパラメトリック四角形要素を用い、正規圧密粘性土供試体をモデル化した。本研究で用いた供試体の有限要素分割図を図-2に示す。全要素数は128個で、全節点数は153個である。また、初期の供試体の寸法は高さ160mm、幅80mmとした。

境界条件は、境界非排水条件において、端面摩擦なし、および側圧に大気圧を仮定した。次に供試体上端面においては、除荷挙動を生じない程度の一定の変位速度を与えて、圧縮せん断した。ただし、初期供試体高さに対する押し込み量を軸ひずみ量(%)と定義した。また、供試体の底面部は鉛直方向固定、上部は鉛直方向強制変位、上下端面の水平方向は自由に動けるものとした。ただし、下面部中央のみは完全固定とした。

図-3に、本解析で用いた初期不整の形状を示す。初期不整を与えて分岐経路を導く解析は、Asaoka et al.⁵⁾も行っているが、与えられた初期不整が供試体側面中央部付近(点F)にくさび状に導入している、供試体の強度に大きな影響を及ぼすことが容易に想定できる(図-2)。実際の供試体整形時においては、その上下端面には初期

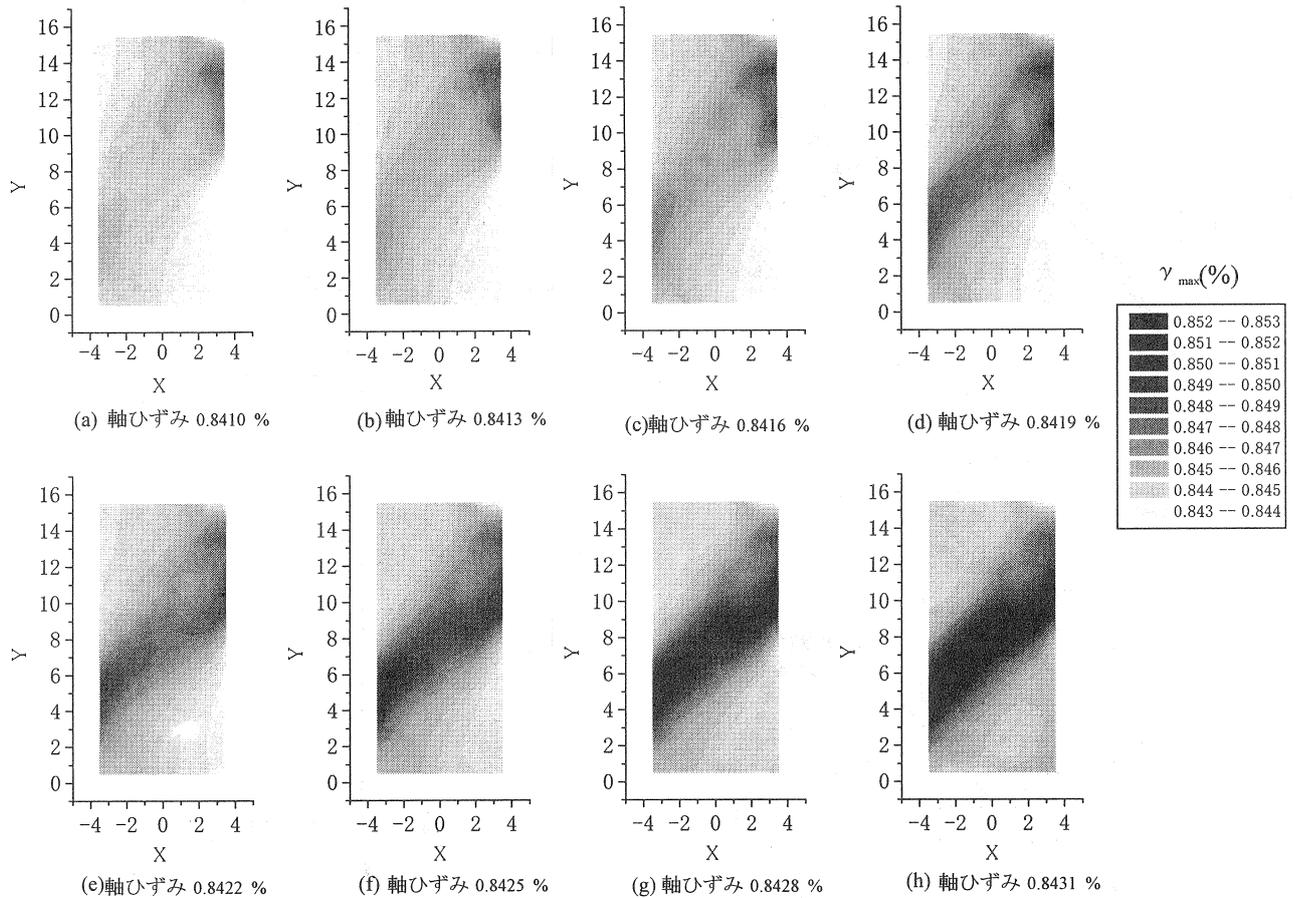


図-5 荷荷に伴う供試体内部の最大せん断ひずみ分布の遷移

不整が入りやすいこと、および初期不整が供試体の強度に影響を及ぼさない位置であることから、本研究では、初期不整を供試体下端部左側(点A) 上端部右側(点E)に与えることとした。また、初期不整の大きさ、および形状は、粘土供試体のせん断強さに影響を与えない程度の微小な切り欠きとして、点Aと点Eの2点において 10^{-6} mm内側にくぼませることとした。

なお、表-1に、本研究に用いた梅田層粘土の土質定数¹⁵⁾を示す。

4. 解析結果

本研究では、平面ひずみ条件下において、非排水圧縮せん断を行った場合の正規圧密粘性土供試体内に発生する最大せん断ひずみ γ_{\max} の分布の遷移を図示し、せん断帯およびすべり面の発生位置について考察する。また、初期不整がせん断帯およびすべり面の発生位置に及ぼす影響や理論的な分岐解析との関連について考える。なお、最大せん断ひずみ分布の解析結果は、要素内の中央1点に代表させて図示する(図-4)。

本研究で用いた有限要素プログラムは、現在改良中の段階であり、限界状態近傍等における大きなひずみレベ

ルにおける精度の信頼性が低いため、本解析では軸ひずみ量1%以下の小さなひずみの範囲の解析結果を示すものとする。しかしながら、その小さなひずみの範囲でもひずみの局所化をシミュレーションすることは可能である。

(1) 最大せん断ひずみの解析結果および考察

図-5は、荷荷に伴う供試体内部の最大せん断ひずみ分布の遷移を示している。まず、軸ひずみ0.8410~0.8413%においては、初期不整の位置、すなわち点A、点E付近より僅かながらの差であるが、徐々に最大せん断ひずみが大きくなっている(図-5(a)~(b))。次に軸ひずみ0.8416%~0.8419%になると、供試体右側側面 $Y=15\sim 9$ 、および左側側面 $7\sim 2$ にひずみが集中し、次第にひずみの局所化が生じ始めている(図-5(c)~(d))。さらに荷荷が進み軸ひずみ0.8422~0.8425%に達すると、供試体右側側面 $Y=11\sim 9$ 、および左側側面 $Y=6\sim 4$ から供試体の中央部に向かって、ひずみは値を上昇させながら、移動する。やがて、その2点の位置を結んでできる領域は、バンド状に進展していることが認められる(図-5(e)~(f))。そのとき、バンド状の領域の最大せん断ひずみ γ_{\max}

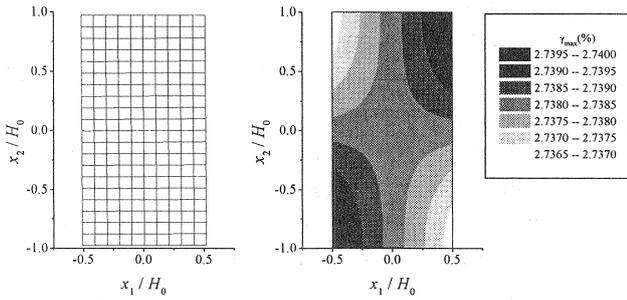


図-6 理論的な分岐解析による分岐時変形概形
および最大せん断ひずみの分布⁴⁾
(非共軸 Cam-clay モデル・非対称変形 1 次モード)
(分岐荷重 1.24, 軸ひずみ 2.7%)

は、約 0.850~0.851%に上昇している。最終的には、軸ひずみ 0.8428~0.8431%において供試体内にひずみの局所化が急激に進み、バンド状の領域が顕著になる(図-5(g)~(h))。このとき、ひずみが集中したバンド状の領域の最大せん断ひずみ γ_{max} は、約 0.851~0.852%に達している。

以上の解析結果より、軸ひずみ 0~0.8416%の範囲において、供試体に顕著なひずみの局所化は観察されない。しかしながら、軸ひずみが 0.8419%~0.8422%に達すると、次第にひずみの局所化が観察され始める。さらに、荷重が進行すると、軸ひずみが 0.8425%~0.8431%において、ひずみが集中したバンド状の領域が供試体の供試体右側側面 $Y=11\sim 9$ 、および左側側面 $Y=6\sim 4$ にかけて顕著に現われる。軸ひずみ 0.8431%における最大せん断ひずみの大きなバンド状の領域は、高々 10^{-3} オーダー程度のひずみの局所化である。しかしながら、荷重の進行に伴い、このバンド状の領域は、せん断帯へと進展すると推察される。さらに荷重を続ければ、この領域はすべり面へと移行するものと考えられる。したがって、すべり面は供試体右側側面 $Y=11\sim 9$ 、および左側側面 $Y=6\sim 4$ から発生し始め、この 2 点の位置を結ぶように破壊が進展していくものと予測される。なお、本研究の解析結果は、実際の三軸圧縮試験でよく観察される破壊形態に対応している。地盤材料の破壊を考える場合、「いつ」、「どこで」破壊するかを予測することは非常に重要である。本解析では、工学的に最も重要と思われる「どこで」破壊するかを予測することができる可能性を示唆しており、工学上非常に有意である。

(2) 初期不整の影響

本研究で与えた初期不整がせん断帯、およびすべり面の発生位置に及ぼす影響について考える。初期不整の位置がせん断帯、およびすべり面の発生位置に影響を及ぼしていると仮定するならば、その位置からせん断帯、およびすべり面が発生すると予測される。そこで、この予測を確かめるために本研究では、初期不整を供試体の上部右端と下部左端に与えた。その結果、軸ひずみ量が小さ

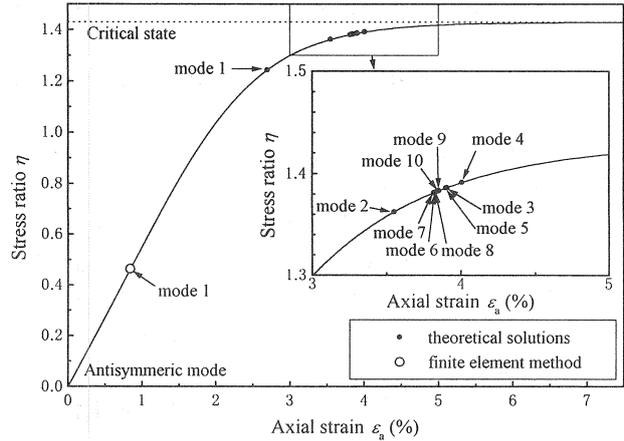


図-7 応力比と軸ひずみの関係⁴⁾に加筆

い範囲においては、初期不整の位置付近でひずみが次第に大きくなっていることが認められる。しかしながら、荷重の進行とともに、大きな最大せん断ひずみを生ずる位置は供試体右側側面 $Y=15\sim 9$ 、および左側側面 $Y=7\sim 2$ に向かって移動してゆき、供試体内部に最大せん断ひずみの局所化が進行していることが明瞭に表れている。最終的に、せん断帯、およびすべり面は初期不整の位置から発生するのではなく、大きな最大せん断ひずみが生ずる位置の遷移により初期不整の位置とは異なる位置から発生していることが確認できる。これは、供試体内部の局所的にせん断強さの小さな位置から粘性土供試体としてせん断強さの小さな位置、および方向へと最大せん断ひずみが局所化し、最終的にはせん断帯へと移行していくものと考えられる。したがって、初期不整はひずみの局所化、およびせん断帯の発生方向の要因になる可能性がある。しかしながら、ひずみの局所化、およびせん断帯の発生位置にはならないと推測される。以上の考察から、初期不整はひずみの局所化、およびせん断帯の発生位置に影響を及ぼさないものと考えられる。

(3) 理論的な分岐解析との比較

有限変形弾塑性理論に基づいた理論的な分岐解析を用いると、粘性土供試体が圧縮せん断を受ける際に生じる降伏点、すなわち分岐点における応力比(分岐荷重とも呼ぶ)や軸ひずみ、および分岐点での供試体内部の最大せん断ひずみの分布性状等を得ることができる⁴⁾(図-6)。しかしながら、その後の非均一な変形挙動をシミュレーションすることは極めて困難となる。図-6の最大せん断ひずみ分布は、本解析結果に比べて大きな値となっている。しかしながら、その値は非常に狭い範囲にばらついていることがわかる。したがって、最大せん断ひずみの値のばらつきという観点から考えるならば、図-5に示した理論的な分岐解析から得られた分岐点での最大せん断ひずみ分布は、有限要素法に初期不整を導入した本解析結果の中では、図-5(a)に対応するものと考えられる。したがって、本解析は、理論的な分岐解析では比較的困難な分岐後の非均一な変形挙動を再現可能であり、また、そ

の結果は、理論的な分岐解析結果からすべり面の推定が可能であることを実証するものである。

次に、非共軸 Cam-clay モデルの応力比-軸ひずみの関係を図-7 に示す。“●”は理論的な分岐解析結果による分岐荷重を表しており、“○”は供試体に初期不整を導入し有限要素法により圧縮せん断をシミュレーションした結果より得られたひずみの局所化が生じる応力比を表している。図より、供試体に初期不整を導入してせん断を行った場合のほうが小さな応力比においてひずみの局所化が発生していることがわかる。供試体に初期不整を導入してせん断を行った場合は、均一な変形が困難となり、比較的小さな軸ひずみ量において非均一な変形挙動が発生するためである(図-1)。

5. 結論

本研究で得られた主要な結論を以下に述べる。

- (1) 非共軸 Cam-clay モデルを用いた供試体に微小な初期不整を導入した有限要素法による擬似分岐解析を行うことにより、正規圧密粘土供試体の変形が非均一変形からせん断帯生成へと至る供試体の変形挙動を追跡した。さらに、梅田層粘土を用いた場合、軸ひずみ量が0.8428~0.8431%付近でせん断帯の発生を示すことができた。
- (2) 初期不整の位置を供試体の上端部右端と下端部左端に初期不整を与えた解析結果より、せん断帯が初期不整の位置から離れた位置から生成することが解析的に示唆された。また、初期不整の影響はひずみの局所化、およびせん断帯の発生方向の要因となるが、発生位置にはならないことが解析的に示された。
- (3) 本研究で用いた有限変形有限要素法プログラムは、擬似分岐解析において、最大せん断ひずみの分布の遷移を示すことが可能であり、また、せん断帯、およびすべり面の発生位置の予測できる可能性を示唆した。

今後、本研究で用いたプログラムを改良し、ひずみの局所化後における供試体の変形・破壊挙動を追跡できるように改良していく予定である。

参考文献

- 1) 志比利秀, 矢富盟祥: 有限変形非共軸 Cam-clay モデルによる円柱供試体の軸対称分岐解析, 構造工学論文集, Vol.43A, pp.413-421, 1997.
- 2) Yatomi, C. and Shibi, T.: Antisymmetric bifurcation analysis in a circular cylinder of a non-coaxial Cam-clay model, *Proceedings of the International Symposium Deformation and Progressive Failure in Geomechanics*, Nagoya, pp.9-14, 1997.
- 3) 志比利秀, 矢富盟祥: 有限変形非共軸 Cam-clay モデルによる中空円柱供試体の非共軸対称分岐解析, 応用力学論文集, 土木学会, Vol.1, pp.537-546, 1998.
- 4) 志比利秀・矢富盟祥・亀井健史: 平面ひずみ非排水圧縮条件下における供試体寸法比の変化が正規圧密粘性土の分岐荷重に及ぼす影響, 土木学会論文集, No.666/III-53, pp.181-192, 2000.
- 5) Asaoka, A. and Noda, T.: Imperfection-sensitive bifurcation of cam-clay under plane strain compression with undrained boundaries, *Soils and Foundations*, Vol.35, No.1, pp.83-100, 1995.
- 6) 小林一三, 飯塚敦, 太田秀樹: 正規粘土供試体せん断時における局所変形の遷移, 土木学会論文集, No.617/III-46, pp.1-18, 1999.
- 7) Yatomi, C., Yashima, A., Iizuka, A. and Sano, I.: General theory of shear bands formation by a non-coaxial Cam-clay model, *Soils and Foundations*, Vol.29, No.3, pp.41-53, 1989.
- 8) Roscoe, K. H., Schofield, A. N. and Thurairajah, A.: Yielding of clays in states wetter than critical, *Geotechnique*, vol.13, pp.211-240, 1963.
- 9) Rudnicki, J. W. and Rice, J. R.: Conditions for the localization of deformation in pressure-sensitive dilatant materials, *Journal of the Mechanics and Physics Solids*, Vol.23, pp.371-394, 1975.
- 10) Ohta, H.: Analysis of deformations of soils based on the theory of plasticity and its application to settlement of embankments, *Doctor Engineering Thesis*, Kyoto Univ., 1971.
- 11) Asaoka, A., Nakano, M. and Noda, T.: Soil-water coupled behavior of saturated clay near/at critical state, *Soils and Foundations*, Vol.34, No.1, pp.91-105, 1994.
- 12) Asaoka, A., Nakano, M. and Noda, T.: Annealable behavior of saturated clay: an experiment and simulation, *Soils and Foundations*, Vol.35, No.4, pp.83-100, 1995.
- 13) Yatomi, C., Yashima, A., Iizuka, A. and Sano, I.: Shear Bands formation numerically simulated by a non-coaxial cam-clay model, *Soils and Foundations*, Vol.29, No.4, pp.1-13, 1989.
- 14) 久田俊明, 野口裕久: 非線形有限要素法の基礎と応用, 丸善株式会社, pp.299-321, 1995.
- 15) Sekiguchi, H.: Rheological characteristics of clays, *Proceedings of 9th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, Tokyo, Vol.1, pp.289-292, 1977.