

フラクタル次元による斜面安定性評価の試み

A Trial of Evaluating Slope Stability Using Fractal Dimension

後藤 惠之輔 Keinosuke GOTOH (長崎大学大学院生産科学研究科)
 渡邊 浩平 Kohei WATANABE (長崎大学大学院生産科学研究科)
 後藤 健介 Kensuke GOTO (長崎大学大学院海洋生産科学研究科)

住宅団地建設や道路のり面对策工により斜面の開発が行われると、斜面の安定性が異なってくる。本研究では、斜面の安定性評価へのフラクタル次元の適用を考え、斜面の開発前後でフラクタル次元の算出を行い、既存の斜面安定解析で用いられている手法と比較することにより、開発前後のフラクタル次元の変化から斜面地の安定性に関して新しく安定性指標を導入して評価を行った。その結果、開発前後におけるフラクタル次元の比と同じく安定性指標の比には相関関係があり、住宅団地建設斜面及び道路のり面对策工斜面のそれぞれで、フラクタル次元比が高くなるにつれて安定性指標比も高くなる傾向が把握できた。

キーワード：斜面安定、フラクタル、安全率 (IGC : A01, E06, E13)

1. はじめに

斜面都市では、平坦な土地が少ないという地形的制約のため、斜面地に住宅を建てざるを得ない。さらに、経済成長期とともに勾配の急な急傾斜地への住宅建設が行われてきた。このように住宅団地建設などの斜面地開発では、斜面の安定性が開発前後で変化してくるため、斜面地開発の崩壊に対する検討は重要なことである。また、道路のり面对策工でも、路線選定から自然斜面の大幅な改変を余儀なくされ、住宅団地建設同様に崩壊に対する検討が重要となってくる。

斜面の安定性評価では、現地調査により様々な力学的性質を把握する必要があり、これらのデータを収集することに時間を要するとともに、長年の技術者の経験によって斜面崩壊の危険性の判断が行われてきた。

著者らは、このような背景にある斜面の安定性評価について、フラクタル次元の適用を考え、斜面の開発前後でフラクタル次元を算出し、既存の安定解析の結果から得られた値との比較を行い、斜面の崩壊の危険性を判断するときの一つの指標を提案することを目的としている。

このため、本研究の成果は、フラクタル次元を用いた斜面の崩壊の危険性を判断するための指標の提案に向けた基礎資料となるものである。

この提案手法を用いることにより、斜面安定性評価の際の判断資料の一項目として挙げる事が可能となり、現地調査などを安全かつ効率的に行うことができる。さらには、熟練技術者の経験則を補うための一手法になり得ると考えている。

2. 研究方法

2.1 フラクタル次元

フラクタルとは、Mandelbrot が提唱した理論であり、

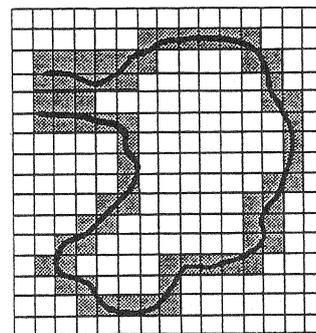


図-1 ボックスカウンティング法

自己相似性を持つ図形を意味する。自己相似性を持つとは、図形の一部分を拡大すれば同じような図形が見え、巨視的に見ても微視的に見ても形が大きく変化しないことである。自然界では、不規則な海岸線や山の起伏、雲の形などはフラクタル性を持つと言われ、これ以外にもフラクタル性を持つ図形と現象が発見されている¹⁾。

このフラクタルと我々が直感的に感じる複雑さとをより一致させるためには、自然界の複雑な構造を、フラクタルを用いて定量的に解析できなければならない。

そこで、フラクタル次元という非整数で次元を表わせる新しい物理量を用いることにより、定量化することが可能となる。

ある k 次元の図形を a 倍に相似拡大すれば、その量は a^k 倍になる²⁾。しかし、フラクタル図形においては k が整数とは限らない。このときの k をフラクタル次元と定義する。全体の構造を分割し、分割されたそれぞれの差し渡し l が全体の $1/a$ になるようにしたとき、個々の部分が全体と統計的に相似であり、これらの個数が平均 b 個であるとき、 $a^k = b$ であるため、全体の構造のフラクタル次元は $k = \log_a b$ となる。一般に曲線のフラクタル次元は、1次

元と2次元の間にある ($k=1\sim 2$) と考えられている³⁾。

2. 2 フラクタル次元の測定法

本研究では、フラクタル次元の測定法として、図-1 のようなボックスカウンティング法を用いた。この方法では、ある境界線で表された図形を一边 d の正方形 $N(d)$ 個で覆った場合、ある定数 k において d と $N(d)$ を測定することにより、次の比例関係を仮定する⁴⁾。

$$N(d) = \mu d^{-k} \quad (\mu, k \text{ は定数})$$

この式の自然対数をとれば、

$$\log N(d) = -k \log d + \log \mu$$

となり、 $\log N(d)$ と $\log d$ の関係は直線の式となる。

したがって、一边の長さ d とその正方形の個数 $N(d)$ を測定し、 $\log d$ と $\log N(d)$ の間に傾き $-k$ の直線関係があれば、 k をフラクタル次元とする測定方法である。

$\log d$ と $\log N(d)$ の相関係数が -0.995 以上であれば、その図形はフラクタル性を良好に示すと言われる。

2. 3 研究の流れ

本研究では、図-2 のような流れで研究を行った。解析斜面としては、斜面地の住宅団地開発前後及び道路のり面対策工前後斜面とした。ここで、このような斜面を解析斜面とした理由は、両斜面とも斜面の改変を行うことで、土砂災害の危険性の軽減が行えるからである。

また、今回2つの集合分類に分けているのは、住宅団地開発斜面とのり面対策工では斜面形状（小段の間隔、のり面勾配など）が異なっており、同一の斜面形状ではないためである。

上述した斜面について断面図などから解析斜面を作成し、開発前後でフラクタル次元と安全率の算出を行った。そして、ここで得られた結果を用いて、フラクタル次元比及び安全率の比を求め、この両者の関係について検討を行い、フラクタル次元を用いた斜面の安定性の評価を行った。本論では、4.3 で述べる理由により安全率を安定性指標と表現する。

本研究は、斜面の崩壊の危険性を判断する新たな指標の提案を目的としており、フラクタル次元による斜面の安定性評価についての適用性を検討している。なお、実際の斜面への適用限界については、本論では、このような斜面の崩壊の危険性を判断する指標の提案を行うための試みについて考察を行っているために、本手法の適用には、今後さらに多くの解析の必要がある。

このため、既存の斜面安定解析を行う際の斜面については、実際の斜面形状を用いたが、地盤条件としては現地の土質定数が明らかでないために、周辺の地質での一般的な土質定数を採用している。

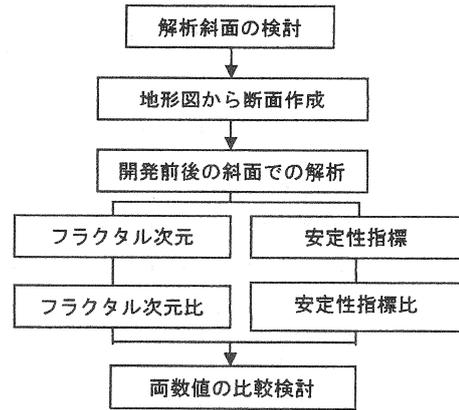


図-2 研究の流れ

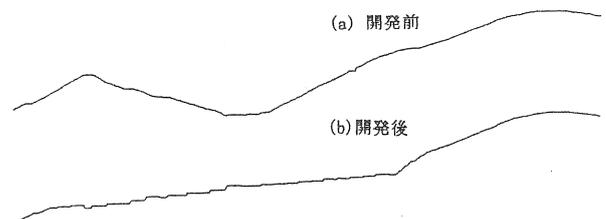


図-3 住宅団地の開発前後の断面模式図

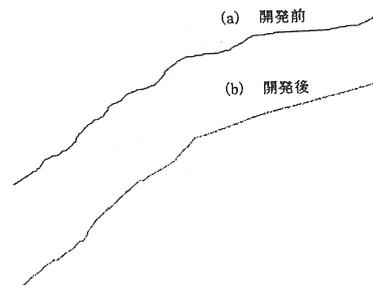


図-4 道路のり面対策工前後の断面模式図

表-1 フラクタル次元・次元比と相関係数

斜面属性 及び No.	フラクタル次元		次元比	相関係数	
	開発前	開発後			
住宅団地開発斜面	斜面①	1.017	1.000	0.983	-1.000
	斜面②	1.018	1.006	0.988	-1.000
	斜面③	1.018	1.002	0.984	-1.000
	斜面④	1.018	1.006	0.988	-1.000
	斜面⑤	1.014	1.007	0.993	-1.000
	斜面⑥	1.011	1.002	0.991	-1.000
	斜面⑦	1.013	1.004	0.991	-1.000
道路のり面	斜面⑧	1.006	1.000	0.994	-1.000
	斜面⑨	1.009	1.002	0.993	-1.000
	斜面⑩	1.007	1.001	0.994	-1.000
	斜面⑪	1.015	1.006	0.991	-1.000
	斜面⑫	1.019	1.010	0.991	-1.000
斜面平均	1.014	1.004	0.990	-1.000	

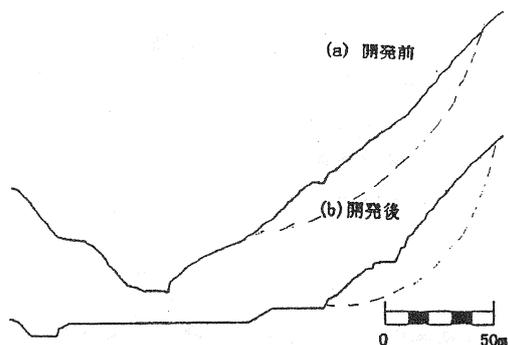


図-5 開発前後の斜面④（住宅団地建設）

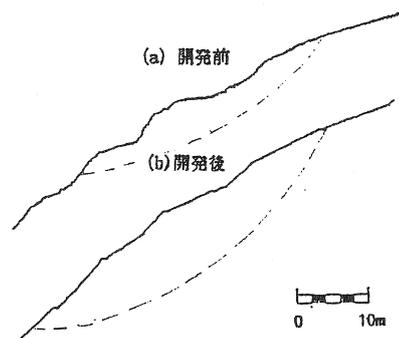
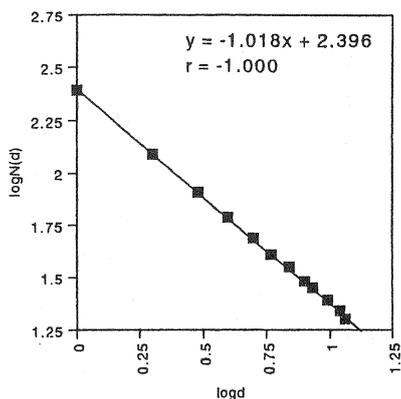
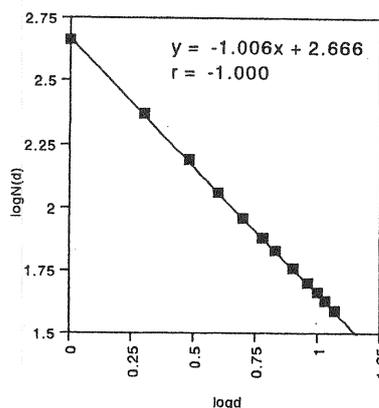


図-6 開発前後の斜面⑫（道路のり面对策工）

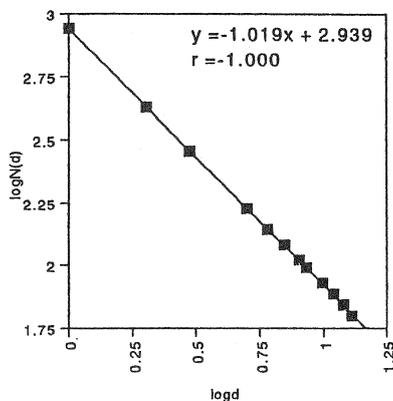


(a) 開発前

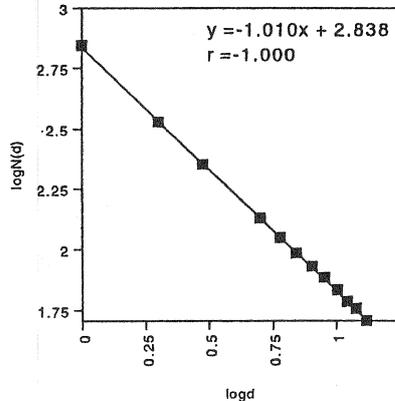


(b) 開発後

図-7 斜面④の Logd-LogN(d) 関係



(a) 開発前



(b) 開発後

図-8 斜面⑫の Logd-LogN(d) 関係

3. 解析斜面の概要

斜面地に造成された住宅団地の開発前後斜面及び道路のり面对策工前後斜面について解析を行った。解析斜面は、施工時の断面図等からプロットしたものを斜面の表面形状とし、フラクタル次元を求める際の解析画像とした。

利用した地図は、住宅団地の開発前後の斜面に関しては、図-3 に示すような団地造成時に使用された開発前後の断面がプロットされた 1/500 平面図を用いた。

また、道路のり面对策工前後の斜面では、図-4 に示すのり面对策工時に作成された断面図を用いるとともに、1/2,500 及び 1/25,000 の両地形図から(社)日本道路協会

発行の「のり面・斜面安定指針」を用い、仮想断面を作成した。

4. 斜面の安定性評価

4.1 斜面のフラクタル次元

前述した解析斜面の開発前後断面でフラクタル次元を求めた。開発前後での次元を同一斜面で求めるため、フラクタル次元の値に差が生じる。この差が、斜面の安定性評価を行うための一つの要素になると考えた。

表-1に開発前後の斜面でのそれぞれのフラクタル次元・次元比及び logd-logN(d)の相関係数を示す。表中では、

「住宅団地開発斜面」と「道路のり面」を分けて表示している。

また、図-5、図-6及び図-7(a)～(b)、図-8(a)～(b)には解析を行った斜面の開発前後の断面と、解析結果を対数に取りプロットしたものを示す。図-5及び図-6の円弧は、実際に安全率が最小となったすべり面を示している。

表-1及び図-7、図-8について、斜面を相関係数から見ると、すべての斜面で、 $\log d - \log N(d)$ 関係の間に直線性が認められ、また相関係数がすべての断面で-1.000となっていることから、これらの斜面は、フラクタル性を良好に示していることが分かる。また、開発前後のフラクタル次元の値に際立って大きな値の違いは認められない。

開発前では、フラクタル次元は、1.006～1.019の値を示している。また、開発前の全斜面のフラクタル次元の平均値は1.014であり、山肌などの自然斜面で複雑そうに見える斜面であっても、ほぼこの得られた値に近い値を示すと考えられる。

開発後では、1.000～1.010の値を示している。また、開発後の全斜面のフラクタル次元の平均値は1.004であり、斜面に手を加えることにより改変が行われた人工斜面では、フラクタル次元が極めて1.000に近いものになると思われる。

開発前後の全斜面の平均値を比較すると、0.010の差があり、この開発前後の差によって生じた値が、斜面の安定性評価を行う上で重要な意味を有していると考えられる。

一般的に、自然界の中に存在する線形のフラクタル次元は、1次元と2次元の間にあると言われている。また、自然界に存在する斜面線形で面（フラクタル次元：2）を覆うようなものはほとんど存在しない。このため、開発前の斜面で、フラクタル次元が2を超えることはない。

一方、開発後の斜面で理論的（フラクタル次元：線=1、面=2）に、フラクタル次元が1以下になることは考えられないため、フラクタル次元は、1以上となる。

ゆえに、開発前後の斜面形状のフラクタル次元値には、一般的には、開発前>開発後という関係が成り立つと考えられる。

このことより、フラクタル次元を用いることにより定量的に斜面の表面形状を計測でき、開発前後のフラクタル次元値に差を用いて、斜面安定性評価にフラクタル次元が適用可能であると言える。

4. 2 斜面におけるフラクタル次元比

開発前後のフラクタル次元から求めたフラクタル次元比を表-1に示す。ここで、フラクタル次元比は次式による。

$$\text{フラクタル次元比} = \frac{\text{開発後のフラクタル次元}}{\text{開発前のフラクタル次元}}$$

表-2 各斜面の地盤条件

粘着力： c_d (kN/m ²)	1.2 × 10
内部摩擦角： ϕ_d	各斜面に応じて
単位体積重量： γ (kN/m ³)	1.8 × 10
安定性指標	1.000

表-3 開発前後における安定性指標比とフラクタル次元比の比較

斜面属性 及び No.	安定性指標		安定性 指標比	フラクタル 次元比	
	開発前	開発後			
住宅団地 開発斜面	斜面①	0.918	1.002	1.092	0.983
	斜面②	0.656	1.002	1.527	0.988
	斜面③	0.840	1.002	1.193	0.984
	斜面④	0.751	1.002	1.334	0.988
	斜面⑤	0.596	1.002	1.681	0.993
	斜面⑥	0.672	1.001	1.490	0.991
	斜面⑦	0.562	1.001	1.781	0.991
道路のり 面	斜面⑧	0.897	1.001	1.116	0.994
	斜面⑨	0.919	1.000	1.088	0.993
	斜面⑩	0.756	1.002	1.325	0.994
	斜面⑪	0.916	1.001	1.093	0.991
	斜面⑫	0.971	1.001	1.031	0.991
斜面平均	0.788	1.001	1.312	0.990	

表-1では、次元比を2つのグループに分けた。すなわち、0.983～0.988のグループを分類A、0.990～0.994のグループを分類Bと分類する。フラクタル次元比の値が小さくなるほど、開発前後のフラクタル次元値の差が大きいことを示している。しかし、開発後の斜面で理論的（フラクタル次元：線=1.000、面=2.000）に、フラクタル次元が1.000以下になることはないため、フラクタル次元が1.000以上必要となる。しかし、自然界の斜面でベノア曲線（次元：1.550）以上の次元を持つ曲線は少ないため、開発前でも次元が開発後に比べ極端に大きくはならない。

これらの理由から、分類Aでは、開発前の斜面形状が分類Bよりも凹凸が大きく複雑であったと推察される。一方、分類Bでは、開発前の斜面に大幅な改変を加えることなく開発後の斜面を施工したため、開発前後の斜面の形状に大きな差が生じなかったことが分かる。

また、全斜面のフラクタル次元比の平均値は0.990という値を示しており、斜面の安定性を評価するキーとなる数値と考える。

4. 3 斜面における安定性指標

ここで用いている安全率の算出には、一般的に用いられている簡便法（円弧すべり法）を用いた。

開発後の斜面は、対策工を施した斜面であるため、「斜面崩壊の危険性が少ない」と仮定し、安全率は1.00に近

い値とした。一方、開発前の斜面については、開発後の値から逆算を行い求めている。

本来既存手法による安全率は、表-3 に示すような開発前の斜面全てで 1.00 を大幅に下回ることはないが、今回の解析では、開発後の斜面の安全率を 1.00 に近い値として固定し逆算より開発前の安全率を算出している。このため本論では、この安全率について、仮想の安全率として安定性指標という表現を用いる。

また、既存の安定性解析を行う際の地盤条件としては、本来実際の斜面により異なるが、本論では、斜面の強度定数を仮想的に与えて解析を行った。この地盤条件は、表-2 に示す粘着力 $c_d = 1.2 \times 10 \text{ kN/m}^2$ 、単位体積重量： $\gamma = 1.8 \times 10 \text{ kN/m}^3$ とし、全ての斜面において同一の値を採用した。内部摩擦角 ϕ_d は、「開発後の斜面は崩れない」と仮定し、各斜面に応じて値を変化させた。

開発前後斜面の安定性指標を求めたが、結果は表-3 のように解析斜面のいずれにおいても、開発前が開発後より安全率の値が小さいものとなった。

表-3 に示している開発前後の安定性指標比と、同一斜面の開発前後のフラクタル次元比を比較し、両者の間に相関が認められれば、フラクタル理論を用いた斜面安定性評価を行えると考ええる。

5. フラクタル次元比と安定性指標比の関係

図-9 に、フラクタル次元比と安定性指標比の相関を示す。

両者の傾向として、フラクタル次元比が高くなるにつれ、安定性指標比も高くなる傾向が認められる。

図中より、プロット点は 2 つの集合に分かれており、両集合それぞれで、正の相関がある。このことより、フラクタル次元比と安定性指標比の相関関係には、一定の関係があると言える。この 2 つの集合を図上の上方を集合 I、下方のものを集合 II とする。

集合 I は、住宅団地建設の開発前後斜面のフラクタル次元比と安定性指標比の関係を示しており、また、集合 II は、道路のり面対策工前後斜面を示している。

集合 I の相関係数は 0.909 であり、強い相関があるといえる。また、集合 II の相関係数は 0.663 であり、集合 II に関してもかなりの相関があることが分かる。

この相関係数は、関連性の程度を絶対的に示すものではないが、両集合ともに強い相関関係を持っている。

一方、集合 I (住宅団地建設斜面)、集合 II (道路のり面対策工) の開発前後の安定性指標比が 1.000 以上のフラクタル次元比の範囲をみると、集合 I では、0.982~0.994 の間に含まれ、集合 I でのフラクタル次元比の中間値は 0.988 である。

また、集合 II では、フラクタル次元比の範囲は 0.991~0.995 の間に含まれており、集合 II の中間値は 0.993 である。

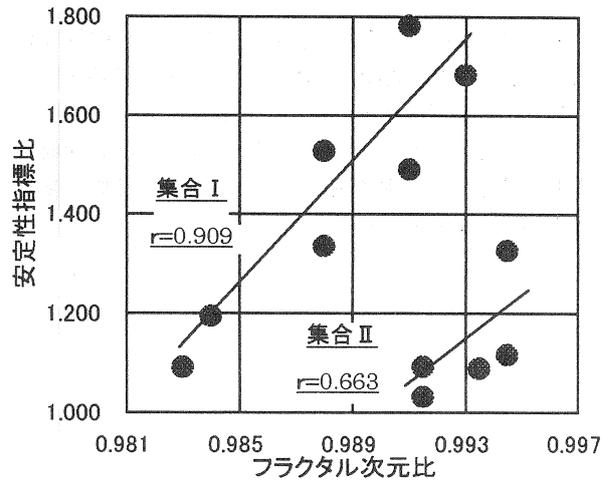


図-9 フラクタル次元比と安定性指標比の相関

集合 I で、フラクタル次元の中間値 0.988 時の安定性指標比は 1.400 を示しており、また、集合 II のフラクタル次元の中間値 0.993 時の安定性指標比は、1.125 を示している。これは、フラクタル次元比が 0.988~0.993 である時、斜面の崩壊の危険性を判断するための判断材料の一つになるのではないかと考えられる。

6. おわりに

今回は、人工的に改変を加えた住宅団地建設斜面及び道路のり面対策工斜面について、開発前後でのフラクタル次元の算出及び既存の安定解析から求めた安定性指標により解析を行った。

その結果、フラクタル次元では、斜面の開発前及び開発後の値について、それぞれの斜面で一定の値を求めることができた。また、今回解析を行った各斜面の開発前後の値を見ると、どの斜面でも安定性指標を 1.000~1.002 と固定した開発後の崩壊の危険性が少ない斜面で、フラクタル次元は低い値となっている。

一方、フラクタル次元比と安定性指標比の関係については、傾向として次元比が大きくなるにつれて、安定性指標比は高くなる結果となった。

集合 I (住宅団地建設斜面) 及び集合 II (道路のり面対策工斜面) でみた場合、フラクタル次元を用いることにより、両者に相関があることが分かった。また、フラクタル次元比が 0.988~0.993 の間にあり、安定性指標比でも 1.125~1.400 と良好な値を示しており、このフラクタル次元比の値が、斜面の崩壊性を判断するための一つの指標となり得ると考えられる。

本論では、フラクタル次元を用いた斜面の安定性評価についての試みについて考察を行った。その結果、フラクタル次元比と安定性指標比の間には、大きな相関があることが

分かった。

今後は、本論の成果を踏まえ、さらに多くの斜面で解析を行い、データを蓄積し、既存の安定解析結果とフラクタル次元比の相関関係を高めていく必要があると言える。

このことが、フラクタル次元を用いた斜面崩壊の危険性を判断するための判断材料の一つとしての重要性を高めるものであると考えられる。

参考文献

- 1) 石井貞夫, 石井園子: フラクタル数学, 東京図書, p. 238, 1990.
- 2) 後藤恵之輔, 川内 透, 内田篤志, 前間英一郎: 衛星リモートセンシングを用いた河川線形と海岸線形のフラクタル性評価, 土木構造・材料論文集, 第 13 号, pp. 141~148, 1997. 12.
- 3) 岡部恒治: イミダス 9 6, 集英社, p. 984, 1996.
- 4) 前出 2), p. 142.