

平面ひずみ非排水圧縮載荷時に形成されるすべり面の有限変形有限要素法による推定

Estimation of Slip Surface under Plane Strain Undrained Compression Loading
Using Finite Element Method Based on Finite Strain

亀井健史 Takeshi KAMEI (島根大学総合理工学部)
志比利秀 Toshihide SHIBI (島根大学総合理工学部)
永吉雄大 Takehiro NAGAYOSHI (日本プロセス(株))

本研究では、土/水連成有限変形有限要素法を用いて、平面ひずみ非排水条件下で粘性土供試体を圧縮載荷する場合の解析を行い、せん断帯形成メカニズムに及ぼす塑性指数の影響に関して検討した。その結果、載荷に伴うひずみの局所化からせん断帯形成へと至る変形現象が表現可能になるとともに、明瞭なすべり面の推定が可能となることが明らかとなった。また、塑性指数はせん断帯形成メカニズムに大きな影響を及ぼし、中間土のような小さな塑性指数を有する土ほど、ひずみの局所化が小さな軸ひずみ量において発生することやすべり面の傾きが大きくなることを解析的に示した。さらに、本解析手法を用いることにより、すべり面の傾きを工学的に十分な精度で推定できる可能性を示唆している。

キーワード：圧密非排水せん断，すべり面，塑性指数，平面ひずみ，有限要素法 (IGC : D06, E13)

1. はじめに

近年、土/水連成有限変形有限要素法に基づいたせん断帯の形成に関する数値解析が盛んに行われている^{1)~5)}。とくに要素試験を模擬した平面ひずみ圧縮載荷時における有限要素解析が数多く行われている。この場合、初期形状に不整形を導入した供試体を用いて載荷に伴うせん断帯の形成をシミュレートすることが多い。例えば、Asaoka and Noda²⁾は、供試体側面中央付近に微小な切り欠きを導入して載荷に伴うせん断帯の形成をシミュレートしており、間隙水のマイグレーションがせん断帯の形成には重要であることを指摘している。小林ら³⁾は、供試体表面に初期不整形として微細な余弦波モードを与えた解析を行っており、載荷に伴う変形モードのスイッチング現象について調べている。また、実際の一軸圧縮試験等の供試体において不整形が入りやすい供試体端面隅に初期不整形を導入した解析が行われており、供試体端面

隅の初期不整形はせん断帯の形成に及ぼす影響が小さいことが報告されている⁴⁾。さらに、粘土の構成方程式に非共軸項を導入することにより、せん断帯の形成をより小さな軸ひずみ量で捉えられることも報告されている⁵⁾。

本研究では、土/水連成有限変形有限要素法を用いて、粘性土を平面ひずみ非排水圧縮条件下でせん断する場合のせん断帯の形成をシミュレートした。解析では、種々の塑性指数を有する粘性土を対象とし、塑性指数の違いが載荷に伴って形成されるせん断帯に及ぼす影響を取りまとめている。

2. 破壊面の傾きと塑性指数の関係

一般的に、一軸圧縮試験等の要素試験で破壊した供試体には、破壊面が認められる。破壊面とは変位の不連続であり、ひずみの局所化が帯状に形成されたせん断帯が発達したものと考えることができる。その破壊面と水平面のなす角の傾きは、用いた粘性土の物性の違いにより異なる値となることが知られている。

載荷に伴って粘性土供試体に形成される破壊面と水平面のなす角の傾き α_f は、Hvorslevの破壊基準に用いられる強度定数の一つである有効内部摩擦角 ϕ_e と密接な関係にある。その関係は次式で与えられる^{6), 7)}。

$$\alpha_f(^{\circ}) = 45 + \frac{\phi_e}{2} \tag{1}$$

一方、従来から多くの研究者によって粘性土の三軸圧縮試験等の要素試験が行われている。既往の実験結果^{7)~17)}から得られたHvorslevの破壊基準に用いられる有効内部摩擦角 ϕ_e と塑性指数 I_p を整理すると、図-1の関係が

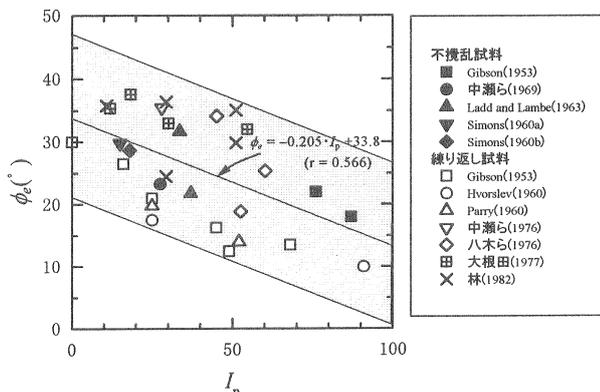


図-1 既往の実験結果^{7)~17)}から得られた塑性指数 I_p とHvorslevの破壊基準(有効内部摩擦角 ϕ_e)の関係

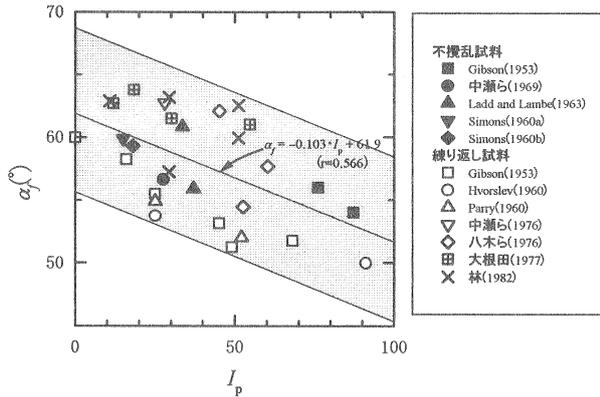


図-2 既往の実験結果^{7)~17)}から得られた塑性指数 I_p と破壊面と水平面のなす角 α_f の関係

得られる。図より、 I_p が大きく比較的高塑性な粘性土と比較して、 I_p が小さく低塑性な土、いわゆる中間土の場合には、有効内部摩擦角 ϕ_e が増加する傾向が認められる。データにある程度のばらつきが認められるものの、 I_p と ϕ_e の関係は比較的良好な相関関係にあるといえる。この関係を直線回帰すると、次式となる。

$$\phi_e(^{\circ}) = -0.205 \cdot I_p + 33.8(\pm 12) \quad (2)$$

既往の実験結果から得られた有効内部摩擦角 ϕ_e を式(1)に用いることにより、破壊面の傾き α_f と塑性指数 I_p の関係を描くと、図-2 が得られる。図より、 α_f は、 I_p が減少するのに伴い大きくなることがわかる。その関係を直線回帰することにより、次式が得られる。

$$\alpha_f(^{\circ}) = -0.103 \cdot I_p + 61.9(\pm 6) \quad (3)$$

なお、これら関係は、今後、データの蓄積をはかることによって、より信頼性の高い関係式になるものと考えられる。

3. 荷重に伴うせん断帯形成の有限要素解析

本報告では、有限要素法を用いて荷重に伴うひずみの局所化およびせん断帯の形成のシミュレートを行った。その際、塑性指数を変化させて解析を行うことにより、塑性指数の違いが形成させるせん断帯に及ぼす影響を評価している。本解析に用いた有限要素解析手法は、有限変形弾塑性理論に基づいた土/水連成解析¹⁾を適用しており、志比ほか^{4), 5)}の有限要素プログラムを改良したものである。

3.1 解析方法および解析条件

対象とした供試体は、初期供試体高さ 160mm、幅 80mm とし、4 節点アイソパラメトリック要素を用いて図-3 のように要素分割を行った。荷重および変位の境界条件は、下端面では鉛直変位を固定とし、水平変位は移動境界とした。ただし、水平方向への剛体移動を制限するため中

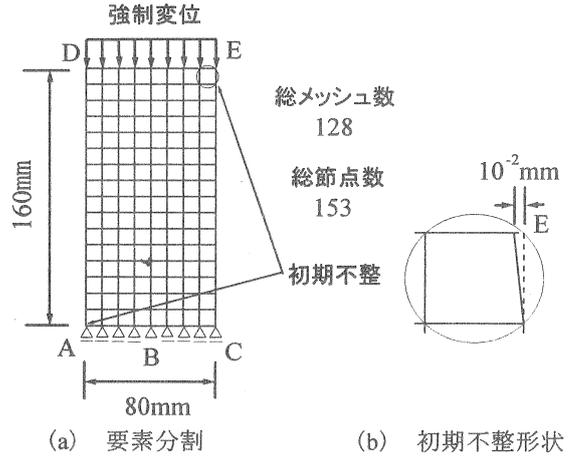


図-3 本解析に用いた要素分割および初期不整形の形状

央の点 B では水平変位も固定とした。上端面では、一様な鉛直変位によって押込みを行い、水平変位は移動境界とした。また、側面には、大気圧を作用させた。一方、水理境界条件としては、各要素間において間隙水の移動を考慮しない完全非排水条件を採用した。

実際の三軸圧縮試験等の供試体には、成形時に端面付近に微小な不整形が生じやすい。また、そのような不整形はせん断強さに影響を及ぼしにくいものと考えられている。有限要素解析においても、荷重に伴って供試体内に発生するひずみの局所化やせん断帯の形成をシミュレートする場合には、初期供試体の形状に不整形（以下、初期不整形と呼ぶ）を導入して解析するほうが簡便で、より実用的な手法であることが明らかとなっている^{2)~5)}。本解析では、供試体の左下隅の点 A と右上隅の点 E において、供試体表面を内側に 10^{-2} mm 窪ませることによって初期不整形を表現することとする。この初期不整形の位置および形状は有限要素解析結果に及ぼす影響が小さいことがすでに報告されている⁴⁾。

3.2 粘性土の構成方程式

Roscoe *et al.*¹⁸⁾によって提案された Cam-clay モデルは、4 つの土質定数 (λ , κ , e_0 , M) から正規圧密粘性土の圧密・せん断挙動を統一的に表現することが可能であり、広く一般に認められている。本研究では、粘性土の構成方程式として Cam-clay モデルを有限変形に拡張したモデルを用いた¹⁹⁾。

有限変形 Cam-clay モデルの降伏関数は、次式で表される。

$$f = \frac{\lambda - \kappa}{1 + e} \ln \frac{p'}{p_0} + D\eta - v^p \quad (4)$$

ここで、 p' と p'_0 はそれぞれ平均有効主応力と先行圧密応力であり、応力比 $\eta (=q/p')$ は p' と一般化された偏差応力 q の比を、 v^p は塑性体積ひずみを表す。また、 λ と κ はそれぞれ自然対数表示による圧縮指数と膨潤指数であり、 e は間隙比、 D はダイレイタンス係数を表す。

この降伏関数 f に関連流れ則を適用することにより、

変形速度 D の塑性成分 D^p が得られる。

$$D_{ij}^p = \lambda \frac{\partial f}{\partial T'_{ij}} \quad (5)$$

ここで、 λ は比例定数である。弾性部分にフックの法則を仮定すると、最終的に、有限変形 Cam-clay モデルの構成方程式は次式となる。

$$\begin{aligned} T'_{ij} = & \left\{ (\tilde{K} - \frac{2}{3}\tilde{G})\delta_{ij}\delta_{kl} + \tilde{G}(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}) \right. \\ & \left. - \frac{1}{\tilde{G} + \tilde{K}\beta^2 + h} \left(\frac{\tilde{G}}{\bar{\tau}} S_{ij} - \tilde{K}\beta\delta_{ij} \right) \left(\frac{\tilde{G}}{\bar{\tau}} S_{kl} - \tilde{K}\beta\delta_{kl} \right) \right\} D_{kl} \quad (6) \end{aligned}$$

ここで、 \dot{T}' は有効 Cauchy 応力 T' の共回転速度を、 S は T' の偏差成分を表しており、 $\bar{\tau} = \sqrt{S_{ij}S_{ij}/2}$ である。限界状態における応力比を M とすると、 $\beta = (M - \eta)/\sqrt{3}$ は限界状態への隣接度を示す関数であり、 $h = (\beta/\sqrt{3}D)p'$ は硬化係数を表す。また、圧縮弾性係数 \tilde{K} およびせん断弾性係数 \tilde{G} は、それぞれ次式で与えられる。

$$\tilde{K} = \tilde{K}_0 p', \quad \tilde{G} = \tilde{G}_0 p' \quad (7)$$

ここで、 $\tilde{K}_0 = (1 + e)/\kappa$ 、 $\tilde{G}_0 = \{3(1 - 2\nu)\tilde{K}_0\}/\{2(1 + \nu)\}$ であり、 ν はポアソン比を表す。

本研究に用いる土質定数は、広範な粘性土への適応性と定数決定の簡便性という観点から、塑性指数 I_p を用いて決定した。この I_p は、世界的に広く認められた指数であり、粘性土の地盤工学的特性の分類にも用いられている。本研究で用いた I_p に基づいた土質定数決定法を表-1 に示す^{20)~22)}。なお、 N は正規圧密曲線上において $p' =$

表-1 本解析に用いた土質定数決定法^{20)~22)}

λ	$= 0.02 + 0.0045 I_p$
κ	$= 0.00084 (I_p - 4.6)$
N	$= 1.517 + 0.019 I_p$ ($= 1+e$ at $p' = 98\text{kN/m}^2$)
M	$= 1.65$
D	$= 0.00082 I_p + 0.0159$

98kN/m² のときの比体積 $(1+e)$ を表しており、この値を初期比体積 $(1+e_0)$ とする。また、 M は限界状態での応力比である。この決定法から得られた土質定数を用いた解析結果は、要素試験^{21), 23)~25)} (三軸試験)、モデル実験²⁰⁾、²⁴⁾ (遠心荷重実験) や実地盤の変形挙動^{26), 27)} を非常によく表現できることが実証されている。ポアソン比 ν の値は、正規圧密状態の自然地盤の静止土圧係数 K_0 が 0.5 程度あること²⁸⁾ と弾性解を用いて、 $\nu = 0.333$ (一定) と仮定した。表-2 は、本解析に用いた土質定数である。

3.3 解析結果および考察

図-4 から図-6 は、それぞれ塑性指数 $I_p = 10, 30$ および 50 を有する粘性土に対して、有限要素法を用いて平面ひずみ非排水条件下で圧縮せん断を行った場合の最大せん断ひずみ分布の結果を示している。ただし、最大せん断ひずみの分布は、各要素の最大せん断ひずみを各要素内の中央 1 点に代表させて図示した。したがって、図示の範囲は、高さ 150mm、幅 70mm となる。まず、 $I_p = 10$ の場合に注目すると、軸ひずみ量 ϵ_a が 0.35% では、最大せん断ひずみ γ_{max} の分布にばらつきは認められない (図-4(a))。したがって、導入した初期不整が γ_{max} の分布性状に及ぼす影響は小さいものと考えられる。 $\epsilon_a = 0.45\%$ では、 γ_{max} の分布性状にばらつきが認められ始め、初期不整を導入した右上隅と左下隅付近の γ_{max} が大きくなり、ひずみの局所化が顕著となる (図-4(b))。 $\epsilon_a = 0.47\%$ から $\epsilon_a = 0.47\%$ へと荷重が進行するに伴い、 γ_{max} が局所化した領域は、右上隅のものは右側面、 $Y=11$ (cm) 程度へ、左下隅のものは左側面、 $Y=5$ (cm) 程度へと遷移している (図

表-2 本解析に用いた土質定数

I_p	λ	κ	ν	M	N	D
10	0.065	0.0045	0.333	1.65	1.707	0.0241
30	0.155	0.0213	0.333	1.65	2.087	0.0405
50	0.245	0.0381	0.333	1.65	2.467	0.0569

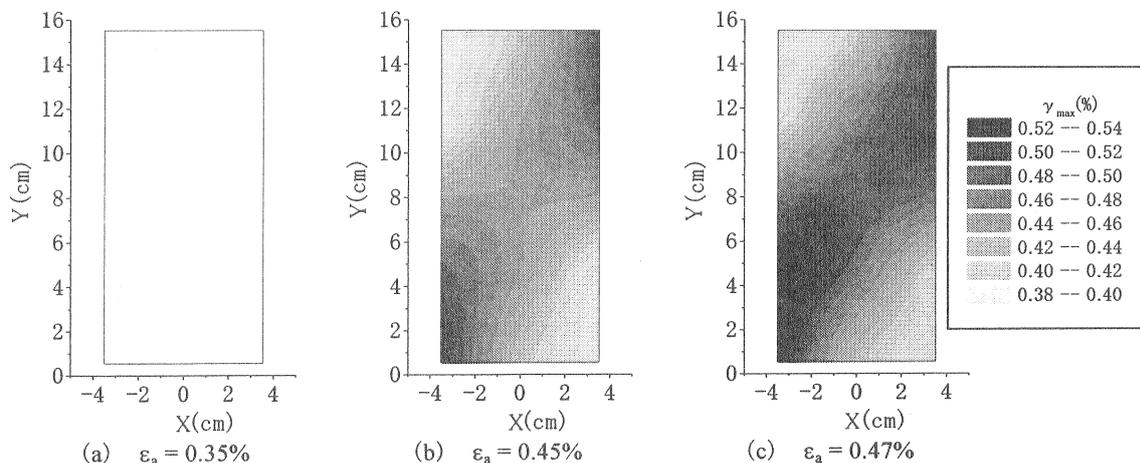


図-4 せん断帯の形成過程 ($I_p = 10$)

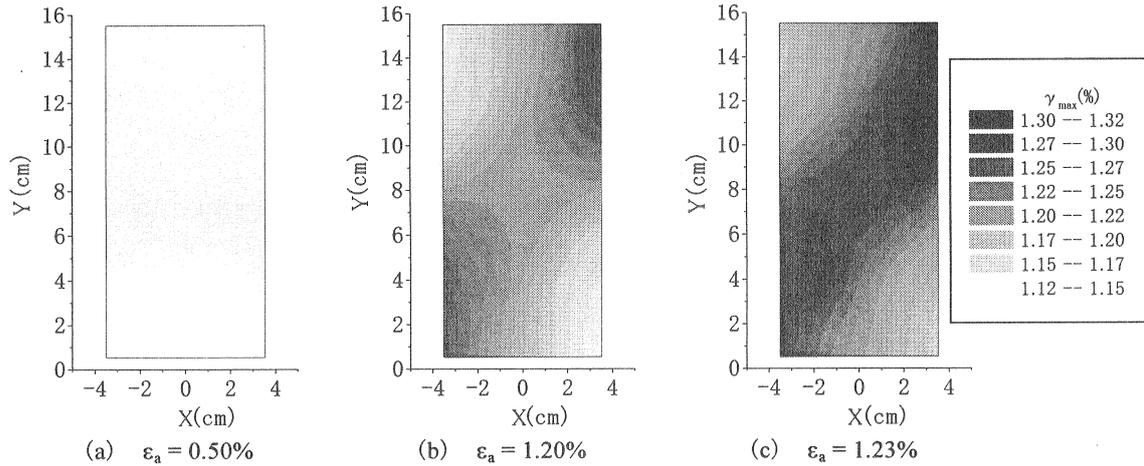


図-5 せん断帯の形成過程 ($I_p = 30$)

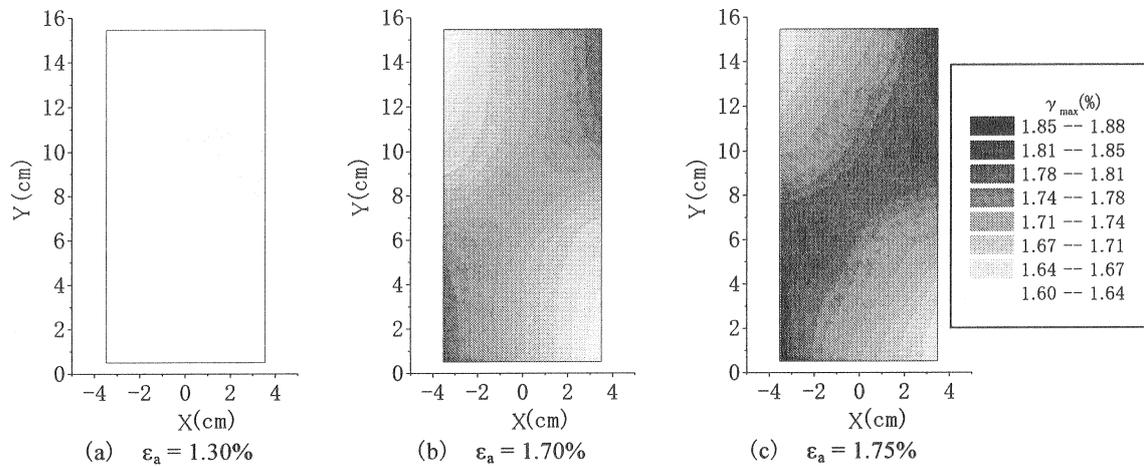


図-6 せん断帯の形成過程 ($I_p = 50$)

-4(c)). さらに, γ_{max} が局所化した領域は, その両者を結ぶ様に拡大し, 帯状の領域を形成している. この形成された帯状の領域は, せん断帯と考えられる. このせん断帯が初期不整を導入した供試体右上隅と左下隅を通過していないことから, 導入した初期不整の位置および形状は妥当なものであったことが推察される.

載荷に伴って, 供試体内にひずみの局所化からせん断帯が形成される過程は, $I_p = 30, 50$ の場合も $I_p = 10$ の場合と同様であった. すなわち, 初期不整を導入した右上隅と左下隅は, ひずみの局所化が顕著な領域の一部ではあるが, 形成されるせん断帯の一部とはなっていない. 一方, せん断帯が形成される軸ひずみ量 ϵ_a は, I_p が増加するに伴い, 増加することがわかる. 実際の三軸試験結果においても, I_p が増加するに伴い, 破壊ひずみが増加するという傾向が報告されている^{20), 28)}.

図-7 に塑性指数の違いが形成されるせん断帯の傾きに及ぼす影響を示す. 図は, 最大せん断ひずみ量の偏差の分布, すなわち各要素の最大せん断ひずみと全要素の平均最大せん断ひずみとの差を軸ひずみ量で除した値を各要素の中央1点に代表させたものの分布を示している. 最大せん断ひずみ量の偏差が+3%以上の範囲をせん断帯

と仮定すると, その領域はおおむね一点鎖線で囲まれる領域となる.

せん断帯の幅に着目すると, I_p が減少するのに伴い広くなる傾向が認められる. したがって, 低塑性土の場合には, 高塑性土の場合よりも変形領域が広がることからわかる. 遠心載荷装置を用いた盛土破壊の実験結果からも, I_p が小さな粘性土のモデル地盤の場合には, I_p が大きな粘性土のモデル地盤の場合に比較して, 変形領域が広がることが報告されている²⁹⁾. したがって, 本解析結果は, I_p の違いが載荷に伴う変形領域に及ぼす影響に関して, 遠心載荷装置によるモデル実験の結果と一致している.

すべり面は, せん断帯が発達することにより, 形成されるものと考えられることから, 図-7 の一点鎖線で示された領域とすべり面の間には密接な関係があるものと推察される. せん断帯の中央線からすべり面の推定を行うと, 図-7 の実線で示すようなすべり面が推定される. その傾きは, $I_p = 50$ の場合には 44° 程度, $I_p = 10$ の場合には 46° 程度となり, I_p の減少に伴い僅かに大きくなったが, I_p の違いによる顕著な差は認められなかった. また, せん断帯の中央線から推定したすべり面の傾きは, 図-2

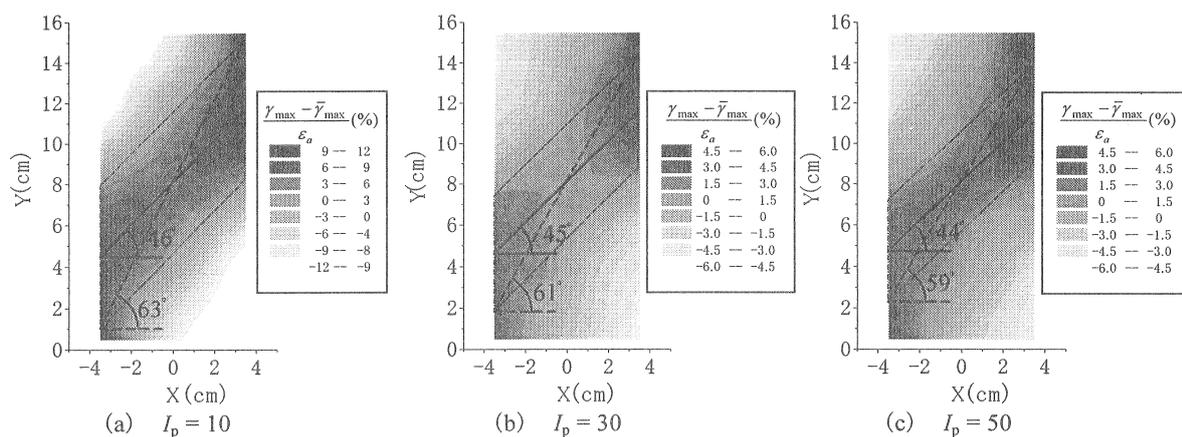


図-7 塑性指数の違いがせん断帯の傾きに及ぼす影響

に示した既往の実験結果より 15° 程度小さな傾きとなった。

一方、せん断帯内の最急勾配 (図-7の破線) に着目すると、すべり面の傾きは、 $I_p = 50$ の場合には 59° 程度、 $I_p = 10$ の場合には 63° 程度となった。せん断帯内の最急勾配から推定したすべり面の傾きは、図-2 に示した既往の実験結果から得られたすべり面の傾きと良く一致していることがわかる。したがって、有限要素解析を行い、せん断帯内の最急勾配に着目することにより、すべり面の傾きを工学的に十分な精度で評価できる可能性が示唆された。

4. まとめ

有限変形理論に基づいた土/水連成有限要素法を用いることにより、平面ひずみ非排水条件下で粘性土供試体を圧縮せん断する際に供試体に認められるひずみの局所化からせん断帯の形成へと至る変形現象をシミュレートできることが明らかとなった。また、粘土と比較して、中間土のような塑性指数の小さな土では、せん断帯が小さな軸ひずみ量で形成されること、せん断帯の傾きが大きくなることを解析的に示した。このことより、すべり面の傾きを工学的に十分な精度で推定できる可能性を示唆した。

今後は、すべり面をより精度良く推定することを可能とするため、さらに細かく要素分割を行う予定にしている。

参考文献

1) Yatomi, C., Yashima, A., Iizuka, A., and Sano, I.: Shear bands formation numerically simulated by a non-coaxial Cam-clay model, *Soils and Foundations*, Vol.29, No.4, pp.1-13, 1989.
 2) Asaoka, A. and Noda, T.: Imperfection-sensitive bifurcation of Cam-clay under plane strain compression with undrained boundaries, *Soils and Foundations*,

Vol.35, No.1 pp.83-100, 1995.

3) 小林一三, 飯塚 敦, 太田秀樹: 正規粘土供試体せん断時における局所変形の遷移, *土木学会論文集*, No.617/III-46, pp.1-18, 1999.
 4) 志比利秀, 亀井健史, 永吉雄大: 非排水圧縮せん断を受ける正規圧密粘土の局所ひずみの遷移, *地盤と建設*, Vol.18, pp.41-46, 2000.
 5) 志比利秀, 亀井健史, 永吉雄大, 武田幸子: 非共軸パラメータの違いがひずみの局所化の進展に及ぼす影響, *土木構造・材料論文集*, No.17, pp.121-127, 2001.
 6) 例えば, 地盤工学会編: *地盤工学ハンドブック*, pp.65-67, 1999.
 7) Hvorslev, M. J.: Physical components of the shear strength of saturated clays, *Proceedings, Research Conference on Shear Strength of Cohesive Soils*, Boulder, Colorado, pp.169-273, 1960.
 8) Gibson, R. E.: Experimental determination of the true cohesion and true angle of internal friction in clays, *Proceedings of the 3rd International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, Vol.1, pp.126-130, 1953.
 9) 中瀬明男・小林正樹・勝野 克: 圧密および膨張による飽和粘土のせん断特性の変化, *港湾技術研究所報告*, 第8巻, 第4号, pp.103-143, 1969.
 10) Ladd, C. C. and Lambe, T. W.: The strength of "undisturbed" clay determined from undrained tests, *Laboratory Shear Testing of Soils*, American Society for Testing and Materials, STP, No.361, pp.342-371, 1963.
 11) Simons, N. E.: Comprehensive investigation of the shear strength of an undisturbed Drammen clay, *Proceedings, Research Conference on Shear Strength of Cohesive Soils*, Boulder, Colorado, pp.727-745, 1960a.
 12) Simons, N. E.: The effect of overconsolidation on the shear strength characteristics of an undisturbed Oslo clay, *Proceedings, Research Conference on Shear Strength of Cohesive Soils*, Boulder, Colorado, pp.747-763, 1960b.

- 13) Parry, R. H. G.: Triaxial compression and extension tests on remoulded saturated clays, *Geotechnique*, Vol.10, No.4, pp.166-180, 1960.
- 14) 中瀬明男, 日下部治, 大根田秀明: 粘性土のせん断特性に及ぼす粒度の影響 (第1報), 第11回土質工学研究発表会発表講演集, pp.251-254, 1976.
- 15) 八木則夫, 西田義親, 稲寺 隆: 繰り返し再圧密土のせん断特性, 第11回土質工学研究発表会発表講演集, pp.307-310, 1976.
- 16) 大根田秀明: 土のせん断特性に及ぼす粒度の影響, 東京工業大学修士論文, 190p., 1977.
- 17) 林 英輝: 過圧密粘性土の強度特性, 東京工業大学卒業論文, pp.143, 1982.
- 18) Roscoe, K. H., Schofield, A. N. and Thurairajah, A.: Yielding of clays in states wetter than critical, *Geotechnique*, Vol.13, pp.211-240, 1963.
- 19) Yatomi, C., Yashima, A., Iizuka, A. and Sano, I.: General theory of shear bands formation by a non-coaxial Cam-clay model, *Soils and Foundations*, Vol.29, No.3, pp.41-53, 1989.
- 20) Kamei, T.: A study on the mechanical behavior of normally consolidated cohesive soils, *thesis presented to the Tokyo Institute of Technology*, at Tokyo, Japan, in partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor Engineering, 340p., 1985.
- 21) Nakase, A., Kamei, T. and Kusakabe, O.: Constitutive parameters estimated by plasticity index, *Journal of Geotechnical Engineering*, ASCE, Vol.114, No.7, pp.844-858, 1988.
- 22) Kamei, T.: Dilatancy characteristics of normally consolidated cohesive soils, *Soils and Foundations*, Vol.29, No.1, pp.165-172, 1989.
- 23) Kamei, T. and Sakajo, S.: Evaluation of undrained shear behavior of K_0 -consolidated cohesive soils using elasto-viscoplastic model, *Computers and Geotechnics*, Vol.17, No.3, pp. 397-417, 1995.
- 24) Kamei, T.: An integrated evaluation of the mechanical behavior of normally consolidated cohesive soils, *Geological Reports of Shimane University*, No.14, pp.1-14, 1995.
- 25) Kamei, T.: Experimental and numerical investigation of the undrained shear characteristics of undisturbed clay, *Earth Science*, Vol.50, No.3, pp.213-222, 1996.
- 26) Sakajo, S. and Kamei, T.: Simplified deformation analysis for embankment foundation using elasto-plastic model, *Soils and Foundations*, Vol.36, No.2, pp.1-11, 1996.
- 27) Kamei, T. and Sakajo, S.: A deformation analysis of deep foundation under embankment using an elasto-viscoplastic model, *Journal of the Japan Society of Engineering Geology*, Vol.39, No.2, pp.183-192, 1998.
- 28) Nakase, A. and Kamei, T.: Influence of anisotropy of deformation modulus on effective stress path, *Soils and Foundations*, Vol.24, No.2, pp.106-110, 1984.
- 29) 中瀬明男, 日下部治, 亀井健史, 鈴木弘之: 粘性土地盤の異方性と塑性指数, *土と基礎*, Vol.32, No.11, pp.19-24, 1984.