

地下流動特性逆解析における適切な計測形態とスムージングパラメータの検討

Appropriate Measurement Method and Smoothing Parameter
for Subsurface Hydraulic Property Inversion増本 清 Kiyoshi MASUMOTO (島根大学総合理工学部)
仲野允浩 Yoshihiro NAKANO (島根大学大学院)

非定常圧力観測データを用いて逆解析により求めた地下の水理物性分布の信頼性を定量的に評価するための指標を提案した既往研究があり、適切な計測形態や解析方法を判定することが期待されるが、実際に検討した例はほとんどない。そこで本研究では、一次元数値モデルを用いた数値実験を行い、地下不均質場の水理特性逆解析における適切な計測・解析法を検討した。その結果、地下水流動方程式を拘束条件として重み付き圧力残差2乗和および未知パラメータの平滑化項からなる目的関数を最小化する制約条件付き問題におけるラグランジュ関数のヘッセ行列の正の固有値の欠落数から、適切な計測形態の元で最適なスムージングパラメータ(平滑化パラメータ)が決定できることが示された。

キーワード：地下水モデル、逆解析、信頼性評価

(IGC : D-4, G-7)

1. はじめに

非定常圧力データが地下の不均質な水理特性に関する情報を反映していることはよく知られており、これを利用して不均質な水理特性分布を推定することが古くから試みられている。Tosaka *et al*(1993)¹⁾は、多数の観測点で得られた非定常圧力から水理特性分布を数値逆解析手法により推定するハイドロパルストモグラフィ手法を提案した。しかし、実際の現場試験データを用いた逆解析により得られた結果が必ずしも十分良い精度であるとは限らない。その理由として、求めたい未知量に対して計測データが相対的に不十分であることが多く、十分か否かの判定も困難であることが挙げられる。取得情報が十分であること、すなわち計測の妥当性を判定するためには、どのような逆解析手法を適用するか、逆解析で得べき未知パラメータをどのように設定するか、どのような事前情報を与えるか、といった多数の選択肢の中から適切かどうかを判断する必要がある。選択した手法・設定等が適切かどうかを判定するには、判定のための基準が必要である。このような判定基準は、必然的に多様な計測形態、多様な未知パラメータ設定法、そして多様な目的関数設定の影響を反映したものになる。応用上、真値が不明という条件は欠かせず、この条件の下で逆解析結果の信頼性を評価する方法がいくつか提案されている。例えば、数値逆解析により同定結果の信頼性を数理統計学的手法により近似的に評価する方法が提案されている²⁾³⁾⁴⁾もの、前提となる確率分布の同一性の条件が必ずしも満たされる保障がなく計算量も大きいといった問題がある。この欠点を解消するためにMasumoto(2008)⁵⁾は、最適化理論を利用した数値逆解析結果の信頼性評価法を提案している。これは制約条件付き非線形最小問題として定式化された不均質地下水水理特性逆

解析問題に対してラグランジュ乗数法におけるラグランジュ関数の2階微分値(ヘッセ行列)の固有値を吟味して、最適解の条件を調べる方法である。Masumoto(2008)⁵⁾では、簡単な数値モデルを用いて検討した例が示されているが、提案した指標が適切かどうか十分に検証されたとは言えず、さらに多くの数値実験による検討が必要と考えられる。そこで本報では、一次元モデルを用いて、比較対象を絞り、計測形態およびスムージングパラメータを変えた多数の数値実験を行った結果を示すものである。その際、信頼性評価の基準としては、指標の元となる、ラグランジュ関数のヘッセ行列の正の固有値の個数に的を絞って検討を行った。これにより、地下不均質場の水理特性逆解析における適切な計測・解析法を明示する方法論を確立するための一助となることが期待される。

2. 地下流動特性逆解析結果の適切性評価法

2.1 多点非定常圧力の計測法

逆解析に用いる観測データはハイドロパルストモグラフィにより取得することを想定する。すなわち、ある地点から注水・停止の繰り返しによるパルス状の注水を行い、他の計測点における応答圧力値を計測する試験を、注水点を交換しながら行うことにより、対象領域の不均質な水理特性分布を反映した多量の非定常圧力データを取得する試験形態を想定する¹⁾。

2.2 地下流動特性の数値逆解析法の概要

2.2.1 支配方程式

三次元地下水流動の支配方程式は以下ようになる。

$$\nabla \cdot \left\{ \frac{K}{\mu B} \nabla (P - \rho g z) \right\} + q - \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\phi}{B} \right) = 0 \quad (1)$$

ただし, K : 浸透率, μ : 粘性, B : 容積係数, h : 水頭値, ρ : 流体密度, g : 重力加速度, z : 深度, q : 単位体積当たりの注水流量, ϕ : 間隙率である.

この支配方程式(1)に, 適当な初期条件および境界条件を加えることにより, 対象領域の流動を規定することができる. これらを離散化すると, 各格子点 i , 各時間ステップ n における水頭値 h_i^n に関する連立方程式が得られる. ここでは差分法により離散化した.

$$R_i^n(\vec{h}, \vec{k}) = 0 \quad (2)$$

ただし, i : 離散化したときの格子点番号, n : 時間ステップ番号, \vec{h} : 水頭値ベクトル, \vec{k} : 未知パラメータベクトルである. また, h の次元を Nc とおくと,

$$Nc = Nx \times Nt \quad (3)$$

となる. ただし, Nx : 全格子点数, Nt : 全時間ステップ数である. また, 未知パラメータベクトル \vec{k} の次元は Nm とする.

\vec{k} を与えて(2)式を解き, \vec{h} を得ることが順解析計算に相当する.

また, 逆解析は, 順解析により得られる計算水頭値が, 全ての観測水頭値に一致するような水理物性(浸透率, 間隙率)を求める問題を解くことである. 本稿では, セル間浸透率の対数 ($k = \log K$) を未知パラメータとした. これにより, 各未知パラメータの取り得る範囲は実数全体となる.

2.2.2 スムージングを考慮した数値逆解析法

地下水流動モデルの数値逆解析は, 等式制約条件付き最適化問題として定式化できる. 具体的には, (2)式を制約条件として, 計算値と観測値の残差二乗和等からなる目的関数を最小化するような未知パラメータ \vec{k} を求める問題として定式化される. ここでは, 未知パラメータのスムージング(平滑化)を検討するために, 次の目的関数を使用した.

$$J(\vec{h}, \vec{k}) = \sum_{j=1}^{Nob} W_j^n (h_{cal,j}^n - h_{obs,j}^n)^2 + S \cdot G(\vec{k}) \quad (4)$$

$$G(\vec{k}) = \sum_{m=2}^{Nm-1} (k_{m+1} - 2k_m + k_{m-1})^2 \quad (5)$$

ここで, W : 重み, h_{cal} : 計算水頭値, h_{obs} : 観測水頭値, S : スムージングパラメータ (S が大きい程, 平滑化が強い.), G : 隣接する透水係数の曲率からなるペナルティー関数, j : 観測点番号, Nob : 全観測点数である.

また, 注水点と観測点における水頭値の変化が同等になるように, 正規化するための重みを以下のように与えた.

$$W_j^n = (h_{obs,j}^{\max} - h_{obs,j}^0)^2 \quad (6)$$

ここで, $h_{obs,j}^{\max}$: 観測点 j の観測最大水頭値である.

この制約条件付き最小問題のラグランジュ関数は,

$$L(\vec{h}, \vec{k}, \vec{\lambda}) = J(\vec{h}, \vec{k}) + \sum_{n=1}^{Nt} \sum_{i=1}^{Nx} \lambda_i^n \cdot R_i^n \quad (7)$$

と定義される. $\vec{\lambda}$ はラグランジュ乗数であり, adjoint 法(例えば Sun⁶⁾)における随伴関数に相当する. $\vec{\lambda}$ の次元は制約条件式の個数と一致し, \vec{h} と同じ Nc となる.

ここで,

$$\vec{u} = (\vec{h}, \vec{k}, \vec{\lambda}) \quad (8)$$

とおくと, 制約条件付き最小問題の解は,

$$\frac{\partial L}{\partial \vec{u}} = 0 \quad (9)$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial L}{\partial h_i^n} = \frac{\partial J}{\partial h_i^n} + \sum_{\alpha=1}^{Nt} \sum_{\beta=1}^{Nx} \lambda_{\beta}^{\alpha} \cdot \frac{\partial R_{\beta}^{\alpha}}{\partial h_i^n} = 0 \end{array} \right. \quad (10)$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial L}{\partial k_m} = \frac{\partial J}{\partial k_m} + \sum_{n=1}^{Nt} \sum_{i=1}^{Nx} \lambda_i^n \cdot \frac{\partial R_i^n}{\partial k_m} = 0 \end{array} \right. \quad (11)$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial L}{\partial \lambda_i^n} = R_i^n = 0 \end{array} \right. \quad (12)$$

を解くことにより得られる. (12)式は(2)式と同じものであり, 前述したように, \vec{k} を与えて \vec{h} を得ることができる(順解析). この \vec{h} を用いてある \vec{k} に対して(10)式を解くと, $\vec{\lambda}$ が得られる. (10)式は随伴方程式とも呼ばれる. こうして得られた \vec{h} と $\vec{\lambda}$ を用いて,

$$\frac{\partial L}{\partial k_m} = \frac{\partial J}{\partial k_m} + \sum_{n=1}^{Nt} \sum_{i=1}^{Nx} \lambda_i^n \cdot \frac{\partial R_i^n}{\partial k_m} \quad (13)$$

を高速で計算することができる. このとき, (10)式と(12)式が成立しているので, (13)式はある \vec{k} に対する目的関数 J の \vec{k} に関する勾配(微分値)そのものを表すことになる. このようにして J の勾配を計算する方法がいわゆる adjoint 法である. 逆解析は, この勾配を用いて, \vec{k} を修正しながら(11)式が成立する(勾配が 0 となる)まで繰り返し計算を行うことにより実現する. ここでは, \vec{k} の更新方法として準ニュートン法を用いた⁷⁾. 実際の解析では勾配が十分小さいために準ニュートン法における直線探索が不能になった時点, または逆解析反復 300 回で計算を終了している. なお, 反復 300 回で打ち切った場合に勾配のノルムが 1.0E-3 以下と十分小さいことを確認した.

2.3 逆解析結果の適切性評価法

非線形最適化理論（例えば，Luenberger⁸⁾）によれば，2.2 節で示した制約条件付き最小問題の最適解が \hat{u} のとき，ラグランジュ関数 L の 2 階微分値（ヘッセ行列）は

$$\nabla^2 L = \frac{\partial^2 L}{\partial \hat{u}^2} = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 L}{\partial h^2} & \frac{\partial^2 L}{\partial h \partial k} & \frac{\partial^2 L}{\partial h \partial \lambda} \\ \frac{\partial^2 L}{\partial k \partial h} & \frac{\partial^2 L}{\partial k^2} & \frac{\partial^2 L}{\partial k \partial \lambda} \\ \frac{\partial^2 L}{\partial \lambda \partial h} & \frac{\partial^2 L}{\partial \lambda \partial k} & \frac{\partial^2 L}{\partial \lambda^2} \end{pmatrix} \quad (14)$$

と正方行列として表され，これが N_c 個の負の固有値と $N_c + N_m$ 個の正の固有値を持つとき， \hat{u} が解として適切であるといえる．しかし，実際に逆解析で得られた結果を用いてラグランジュ関数 L のヘッセ行列の正の固有値の個数を求めると， $N_c + N_m$ 個に満たない場合がある．このときの正の固有値の欠落数は，

$$N_L = N_c + N_m - N_e \quad (15)$$

で求めることができる．ここで， N_e ：ヘッセ行列の正の固有値の総数である．以下に示す数値実験において，この正の固有値の欠落数 N_L を用いて，数値逆解析結果の適切性に関する検討を行う．なお，行列の正の固有値は，ハウスホルダー法と bi-section 法を組み合わせた方法^{例えぼ⁹⁾}を用いた．

3. 数値実験

3.1 数値実験の方法

不均質な水理特性分布を非定常圧力データから推定する上で，適切な注水形態がどのようなものか，また，適切なスムージングパラメータ S （未知パラメータの自由度に関わる設定の一つ）をどのように与えれば良いかを検討するために一次元数値モデルを用いた数値実験を行った．併せて，地下水理モデルの数値逆解析において，計測形態や逆解析法およびその設定が適切かどうかを評価するにあたり， $\nabla^2 L$ の正の固有値の欠落数 N_L を指標として用いることが妥当かどうかを検討した．なお，多数のケースに対して計算量の大きい固有値計算も行うことを考慮して，一次元数値モデルを用いることとした．

なお，スムージングを想定した場合，ここで使用しているような滑らかでない浸透率分布モデルでは，真値を同定できないことは自明である．しかし，ここでは適切性評価法の検討を目的としているので， $S=0$ では問題が不適切になる程度の観測情報のモデルとした．

3.1.1 モデル設定

モデル概念図を図-1 に示す．図に示すようにモデルは 1 次元の直方体モデルとする．一辺 1m の立方体格子に分割

した．ダミーセルを除く各セルの間隙率 ϕ は 0.1 とした．一定水頭境界条件とするために，半無限大の間隙率 ($\phi = 1.0E8$) をもつダミーセルを両端(1 番目と 15 番目)に設けた．モデルにおける各セルの浸透率は左から 6 番目のセルのみ $9.87E-16m^2$ とし，それ以外は $9.87E-14m^2$ とした．これより，1 次元モデルにおけるセル間の浸透率分布は左から未知パラメータ番号の 5 番目と 6 番目が $1.95E-15m^2$ でそれ以外は $9.87E-14m^2$ となる．本研究では，明らかな不均質性をもつ非対称性のモデルの内，比較的単純で再現性の検討が容易なものとして，このように一部だけ極端な低浸透率の領域をもつモデルを使用した．

また，孔において直接検出できない，孔間の不均質性を捉えられるかどうかを検討するために，不均質なゾーンを挟んだ位置に孔を想定した．また，複数必要な注水点を最小限の 2 点とし，より現実的な問題とするために観測のみの孔も中間点に 1 点おくこととした．具体的には，4 番目，8 番目，12 番目のセルを A,B,C とし，A と C を注水点お

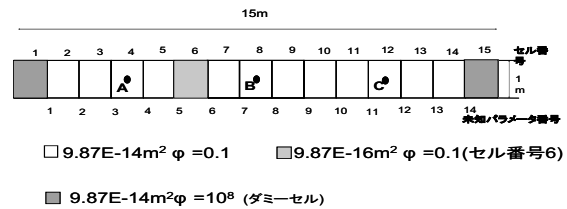


図-1 一次元数値モデルの格子分割と設定

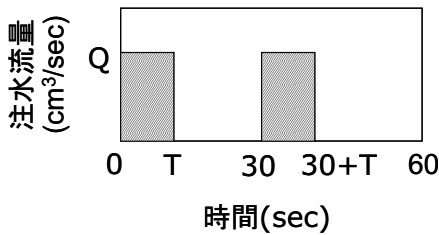
よび観測点，B を観測点とした．

注水形態の比較パターンの説明図を図-2 に示す．今回はより単純なモデルとするため，1 注水点ごとに 2 サイクルのパルス試験を想定した．また，注水時間は極力非定常的なデータを想定して，30 秒間の注水・停止を 2 サイクル繰り返す 60 秒間（5 秒×12 ステップ）の試験時間を共通の設定条件とした．1 回の注水流量 $Q(cm^3/sec)$ と注水時間 $T(sec)$ を変更して比較検討を行った．具体的には，注水流量 Q は 2, 20, 100, 200 (cm^3/sec) の 4 パターンとし，1 サイクルの注水時間 T は 5, 10, 15, 20, 25, 30 (sec) の 6 パターンとし，合計 $4 \times 6 = 24$ パターンの注水形態を比較した．なお，注水点を交換する度に初期条件として静水圧 ($101325Pa$) を与えた．

また，各注水パターンに対してスムージングパラメータ S を， $1.0E-1, 1.0E-2, 1.0E-3, 1.0E-4, 1.0E-5, 1.0E-6, 1.0E-7, 1.0E-8, 0$ の 9 種類に変えて計算した．なお， $S=0$ の場合などは未知パラメータの自由度が大きすぎるために逆解析による同定が困難になることも想定されるが，逆解析結果の適切性評価法の検討を行うことが目的なので，あえてこのようなケースも含めて数値実験を行った．

各比較ケースにおいて，はじめにモデル浸透率分布における各観測点の圧力挙動を計算（順解析）し，それを観測データとみなして，浸透率分布が未知として逆解析を行う．その際，観測点周辺浸透率がある程度直接推定可能であることを踏まえて，未知浸透率の初期推定値は全領域で $9.87E-14m^2$ とした．準ニュートン法の反復回数は最大 300

回とした。各比較ケースで得られた逆解析結果から N_L (正の固有値の欠落数) を計算し、比較検討を行った。



Q:2,20,100,200
T:5,10,15,20,25,30

図-2 数値実験で使用する注水形態のパターン

3.1.2 逆解析結果の適切性評価法

数値実験では、モデルの浸透率分布が既知であるので、逆解析結果と真値との差異を示すことができる。ここでは、真の浸透率分布と逆解析結果の差異を、

$$E = \sum_{m=1}^{N_m} \left| \log_{10} \bar{K}_m - \log_{10} K_m \right| \quad (16)$$

として表すこととした。ただし、 m : 未知パラメータ番号、 \bar{K} : 真値の浸透率、 K : 逆解析結果の浸透率である。これは、逆解析上、未知パラメータとして浸透率値の対数を用いたことを踏まえている。これを用いて N_L による適切性評価法の妥当性を検討する。

3.2 数値実験の結果と考察

3.2.1 浸透率分布の推定結果

数値逆解析を 216 ケース実施したが、ここでは 1 例として、注水形態が $Q=20(\text{cm}^3/\text{sec})$ 、 $T=5(\text{sec})$ のときの各スミージングパラメータ S に対する数値逆解析結果の浸透率分布を図-3~図-7 に示す。これらの図より、 S が異なると浸透率分布の推定結果が大きく異なることがわかる。このことは適切に S を与えることの重要性を示している。この注水形態においては $S=1.0\text{E-}3$ (図-5) のときが最も真値に近い結果となった。また、 $S=0$ (図-7) では一部のパラメータ値 (K_7 など) が大きく真値から外れていることがわかる。なお、計測解析条件 (Q, T, S の値) が逆解析を行う上で不適切なため十分な収束が得られなかったケースがあった。その 1 例として、図-8 に $Q=20(\text{cm}^3/\text{sec})$ 、 $T=25(\text{sec})$ 、 $S=1.0\text{E-}4$ の浸透率分布逆解析結果を示す。この場合、少ない反復で終了したため初期推定値からの変化が比較的小さいが、真値に十分近い結果とはいえない。以下、未収束ケースは除外して検討した。なお、未収束の判定法は 3.2.4 節に示す。

3.2.2 スミージングパラメータ S の設定法

図-9 は Q, T, S を変えた各ケースに対する真値との差異 E の値を T 値ごとに示した図である。図-9 の(e) $T=25$ を除いて、 S の値が 0 から増加するにつれて差異 E は減少してい

き、 $1.0\text{E-}3$ のときに最小となった後、 $1.0\text{E-}1$ までは E が増加していく傾向がみられる。 S を大きくすることにより、 E が小さくなるのは、 S の増加に連れて逆解析が安定し、偽像が小さくなっていくからであると考えられる。また、図-3, 4, 5 を比較すると、 S が $1.0\text{E-}3$ (図-5) から $1.0\text{E-}2$ (図-4)、 $1.0\text{E-}1$ (図-3) と大きくなるに連れて浸透率分布がより滑らかになり、真値から外れていくことがわかる。特に、 $S=1.0\text{E-}1$ の逆解析結果は図-3 に示されるように、 K_4, K_7 および境界の K_1 は真値との違いが顕著である。これは、モデルの浸透率 K_4 と K_5 (あるいは K_6 と K_7) のように、隣接する浸透率の値が大きく異なる不均質性をもつモデルであったために、大きすぎる S に対して差異 E が増大したものと考えられる。すなわち、 S を $1.0\text{E-}3$ よりも大きくしていくと、浸透率分布が必要以上に滑らかになってしまふと考えられる。ただし、 $S=1.0\text{E-}2, 1.0\text{E-}1$ (図-3, 図-4) における K_5, K_6 の推定値は、 $S=1.0\text{E-}4$ (図-6) と比べても真値に近い値となっている。また、図-9 に示されるように $S=1.0\text{E-}2, 1.0\text{E-}1$ の場合は E 値も比較的小さい。したがって、 $S=1.0\text{E-}2, 1.0\text{E-}1$ の場合であっても、それほど推定結果が不適切とも言いきれない。一方、 S が $1.0\text{E-}4$ (図-6) の場合は、低浸透率ゾーンの逆解析結果は真値とのずれが大きく、適切な逆解析結果が得られたとはいえない。このことは $S=1.0\text{E-}4$ 以下の全ての逆解析結果について言えることである。

次に、図-10 にそれぞれの Q, S に対する N_L (正の固有値の欠落数) を T 値ごとに示す。図-10 によると、 $Q=2$ の場合を除くほとんどのケースに対して、 S を大きくしていくにつれて N_L が小さくなり、 $S=1.0\text{E-}3$ 以上では $N_L=0$ となっている。したがって、 S を大きくすることにより、逆問題が適切に解けるようになっていくと考えられる。なお、 $Q=2$ の場合については、3.2.3 節で考察を加える。

以上から、本研究で用いたような不均質性をもつモデルの場合には、逆解析結果と真値との差異 E が最も小さい結果が最適な推定結果といえる。すなわち、最も適切な S の値として、小さい S の値から始め、徐々に大きくしていく、 N_L がはじめて 0 になった時点の値を選べばよいことがわかる。このことは注水形態に関わらずいえる。

3.2.3 適切な計測形態について

図-9 によると、 $Q=2$ と $Q=20$ 以上の場合との差異 E はほぼ変わらない。しかし、図-10 によると、 $Q=2$ の N_L は $Q=20$ 以上に比べて、ほとんどの場合に大きくなっている。これは S に関わりなく言える。この理由として、 Q が小さすぎると、計算機の丸め誤差等により固有値の計算精度が落ちることが考えられる。したがって、小さい Q の場合は、 N_L 値の計算精度が信頼できない可能性があることに注意が必要である。このように注水流量が小さいと、大きな N_L 値にも関わらず適切な逆解析結果が得られる場合がある。しかし、少なくとも N_L 値が小さければ適切な逆解析結果が得られており、 N_L 値が小さい場合は正しい適切性評価が可能であると言える。

また、 $T=25, 30$ のとき、逆解析が $T=20$ 以下に比べて

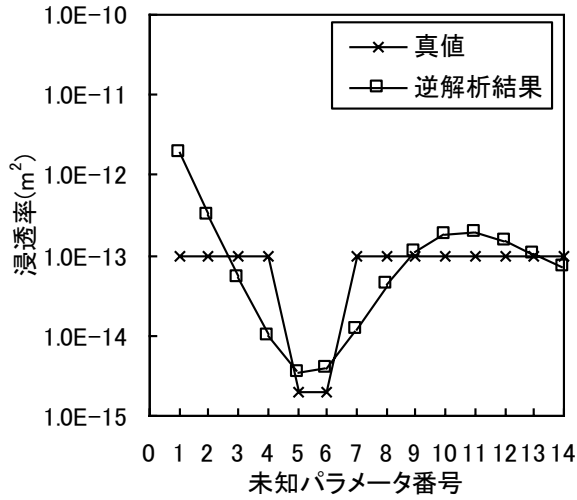


図-3 数値逆解析で得られた浸透率分布
($Q=20, T=5, S=1.0E-1$)

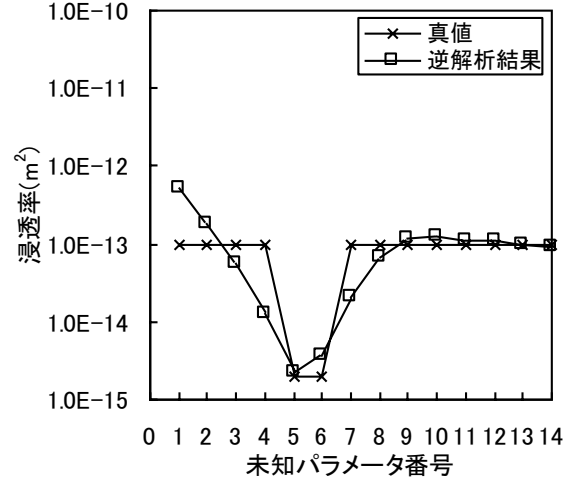


図-4 数値逆解析で得られた浸透率分布
($Q=20, T=5, S=1.0E-2$)

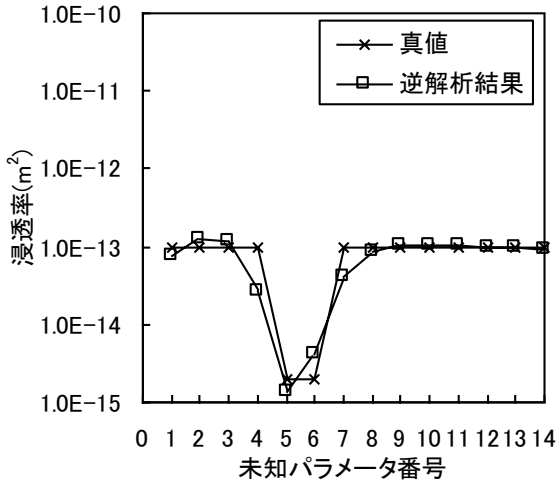


図-5 数値逆解析で得られた浸透率分布
($Q=20, T=5, S=1.0E-3$)

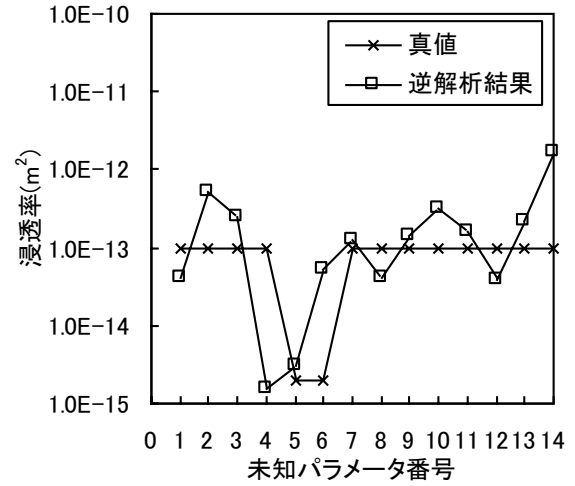


図-6 数値逆解析で得られた浸透率分布
($Q=20, T=5, S=1.0E-4$)

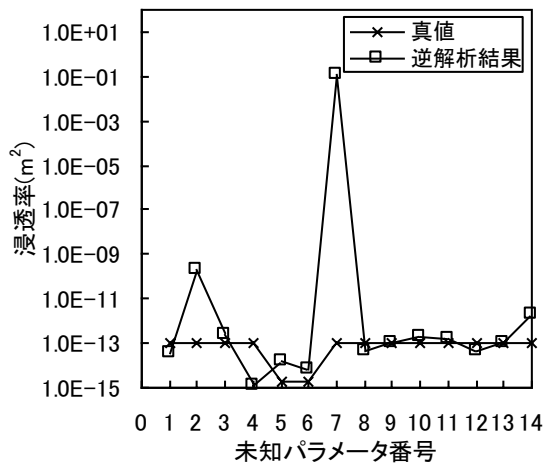


図-7 数値逆解析で得られた浸透率分布
($Q=20, T=5, S=0$)

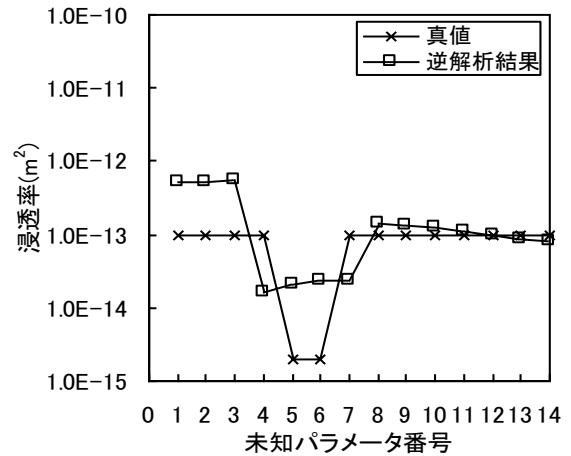


図-8 数値逆解析で得られた浸透率分布
($Q=20, T=25, S=1.0E-1$)

増本・仲野

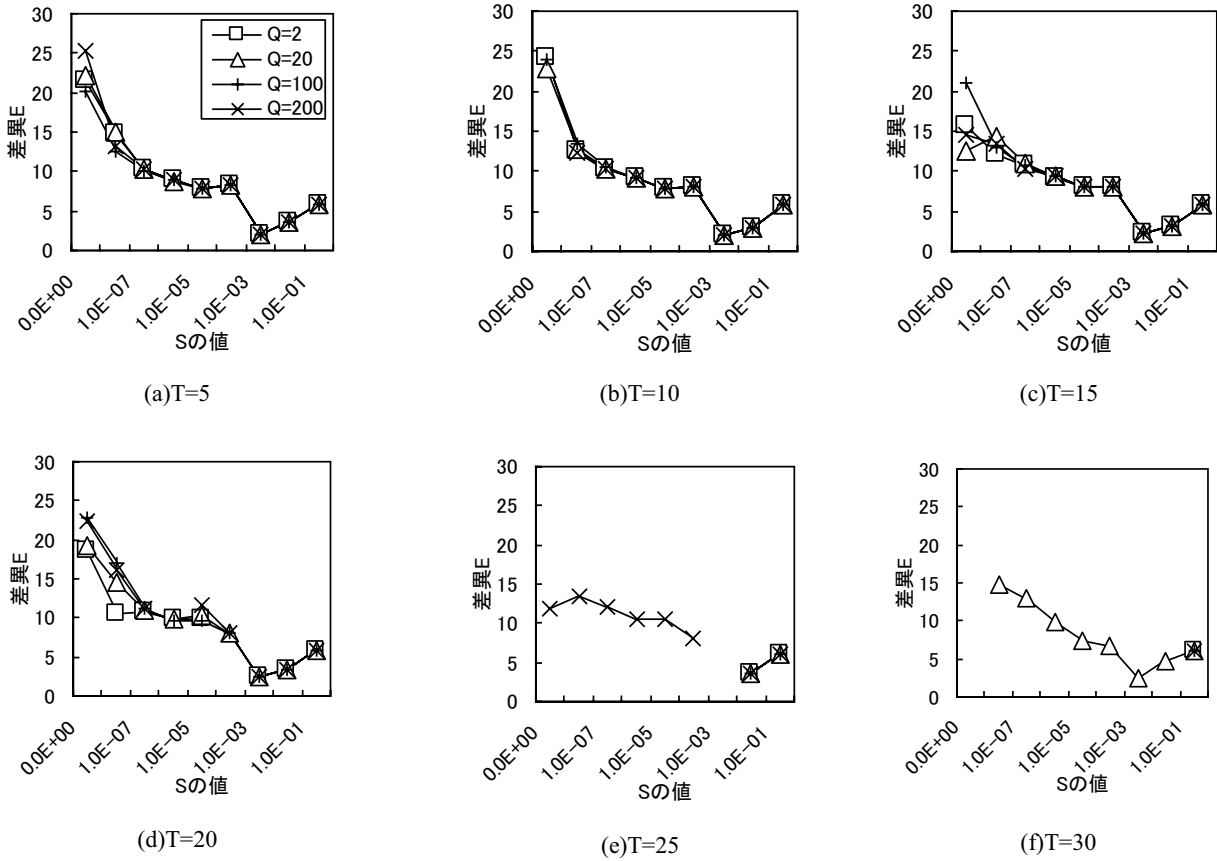


図-9 異なる Q,T,S 値に対する逆解析結果と真値との差異 E

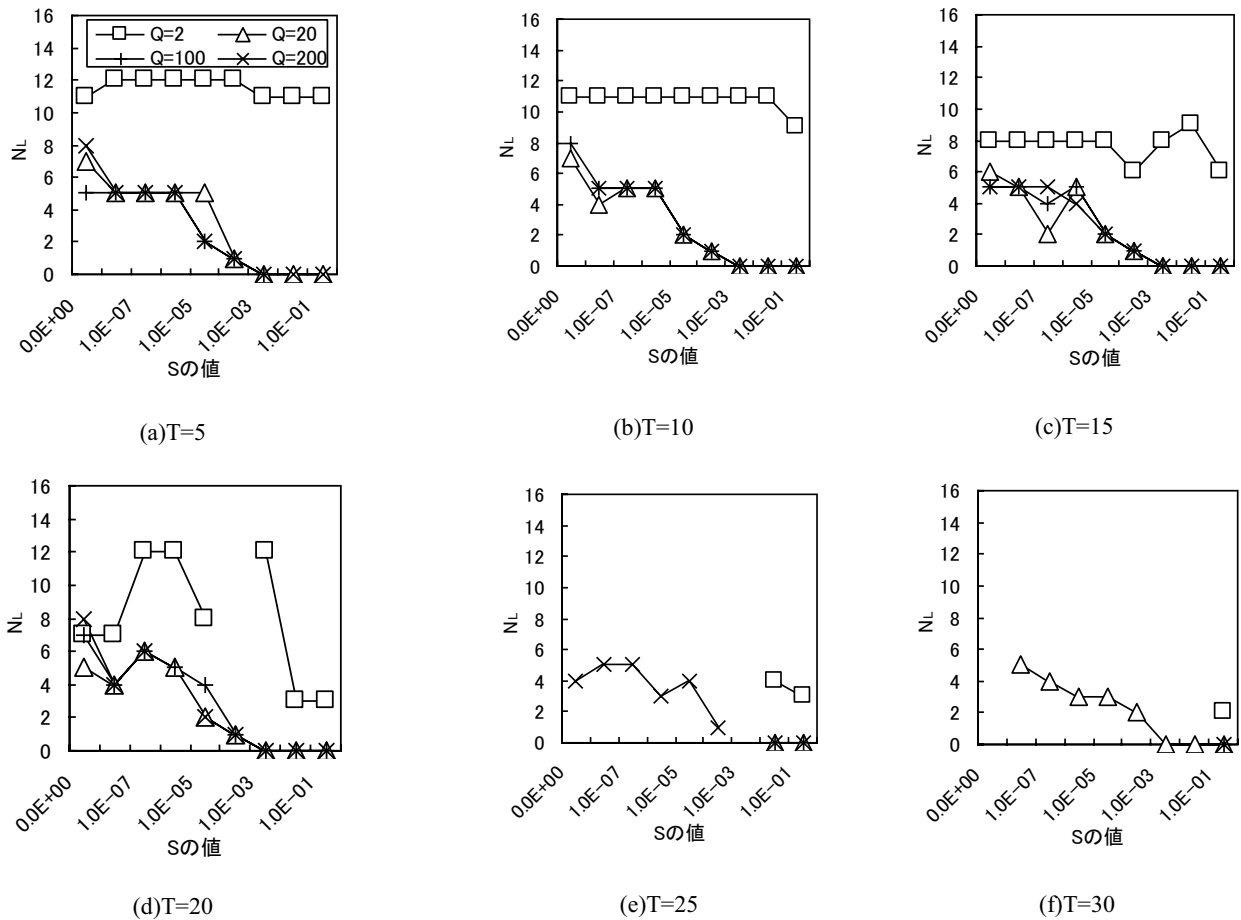


図-10 異なる Q,T,S 値に対する逆解析結果から得られた N_L 値

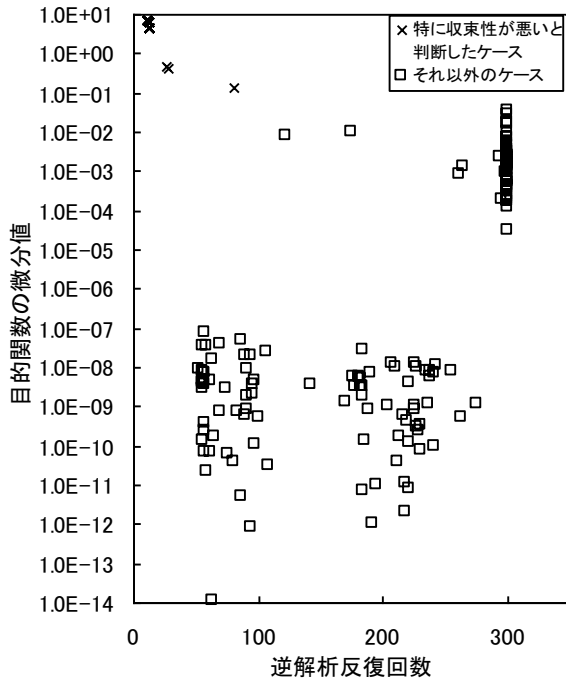


図-11 逆解析が終了したときの
反復回数と目的関数の微分値

ほとんどの場合、十分な収束を得られなかった。したがって、 T が大きいために注水停止後の時間が短くなる計測形態は相対的に適切ではないと考えられる。

3.2.4 N_L を用いた適切性評価

図-11 は、逆解析反復計算が停止した時点における逆解析反復回数と目的関数の微分値を全ケースについて示したものである。図中で、少ない逆解析反復で停止したにも関わらず、目的関数の微分値が大きいものは、未収束と判断した（図-11 中の×印）。図-8 はその 1 例である。図-12 に N_L と差異 E の関係を示す。なお、収束性が悪かったものと、 $Q=2$ の結果は除外した。図-12 より、 N_L と差異 E との間にはある程度の相関性があることがわかる。すなわち、 N_L が小さいほど差異 E が小さくなっていく傾向があり、信頼性が高くなっていくと言える。特に、 N_L が 0 のときの E の最大値は N_L が 1 以上のどの E よりも小さく、相対的に適切な逆解析結果が得られていると判断できる。

このように、 N_L を調べることにより、異なる注水形態や異なるスムージングパラメータ S に対する逆解析結果の適切性を評価できることがわかる。特に、実用上は真値が未知のため差異 E は評価できず、ここで示した N_L を用いた方法が逆解析結果の適切性を評価する上で有効と考えられる。

3.2.5 適切な計測解析法について

以上より、適切な計測・解析手法をまとめる。計測形態に関しては、注水流量を大きくし、注水停止後再注水までの時間間隔は注水と同程度以上にとることが望ましい。解析においては、目的関数にスムージング項を使用する。その際、スムージングパラメータを設定する必要がある。

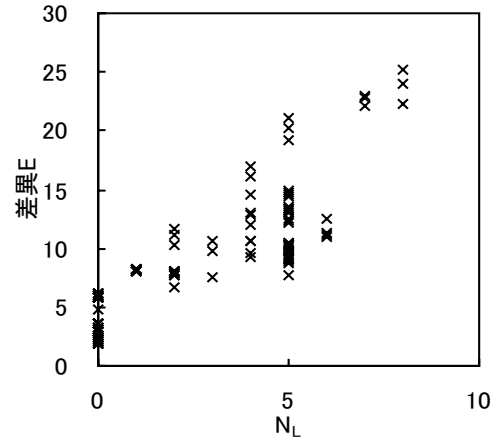


図-12 N_L と差異の相関関係

選ばれた計測形態に対する適切なスムージングパラメータ S を判定するには、信頼性評価指標 N_L を使用する。具体的には、与えられた計測形態ごとに、 S を小さい値から徐々に上げていき、 N_L 値が 0 になったときの S を適用する。

4. 結論

地下不均質場の水理特性逆解析における適切な計測形態（注水時間と注水流量）・解析法（スムージングパラメータの設定）を、一次元数値実験により検討した。その際、逆解析結果の適切性を評価する手法として、ラグランジュ関数のヘッセ行列の正固有値欠落数 N_L の適用性に関する検討も併せて行った。その結果、以下の成果を得た。

- 1) スムージングパラメータ S の与え方によって逆解析結果は大きく異なるため、適切に S を与えることが重要である。
- 2) 最適なスムージングパラメータ S の選び方として、 S を 0 から徐々に上げていき、最初に N_L が 0 になったときの S を選ぶ方法が有効である。
- 3) 注水流量が小さい場合、適切な逆解析結果であっても大きな N_L 値を示す場合があり、必ずしも N_L 値により逆解析結果を適切に評価できていない場合がある。しかし、少なくとも N_L 値が小さい場合は正しい適切性評価が可能である。
- 4) 注水停止の繰り返しによる試験において、注水停止後再注水までの時間間隔は注水と同程度以上にとることが望ましい。
- 5) N_L は、真値が未知の場合でも、逆解析結果の適切性を判断する上で有効な指標になることが示された。

今後の課題として、より複雑な浸透率分布や二、三次元モデル、および異なる初期推定値を用いた逆解析数値実験などを行い、より一般的な問題への適用可能性を検討することが望まれる。

参考文献

- 1) Tosaka, H., Masumoto, K. & Kojima, K. : Hydropulse tomography for identifying 3-D permeability distribution. In: *Proc. 4th Annual Int. Conf. on High Level Radioactive Waste Management, ASCE*, pp.955-959, 1993.
- 2) Masumoto, K. & Valle, M. : Confidence intervals of hydraulic properties estimated by highly efficient numerical inversion with pressure change rate matching. In: *Int. Symp. 2000 on Groundwater (Proc. IAHR Symp., Omiya, Japan, May 2000)*, pp. 375-380, 2000.
- 3) Masumoto, K. : Evaluation of the inverse modelling process for heterogeneous porous media through laboratory air injection tests. In: *Calibration and Reliability in Groundwater Modelling: From Uncertainty to Decision Making* (ed. by M. F. P. Bierkens, J. C. Gehrels & K. Kovar) (*Proc. ModelCARE2005, Hague, The Netherlands*), IAHS Publ. 304. IAHS Press, Wallingford, UK., pp. 73-79, 2005.
- 4) 増本清, 錦織信吾: 室内パルステストによる浸透率特性逆解析の信頼性評価の試み, 地盤と建設, 地盤工学会中国支部, vol. 21, No.1, pp. 115-120, 2003.
- 5) Masumoto, K. : Credibility evaluation of numerically estimated heterogeneous hydraulic property by eigenvalues of Hessian of Lagrange function for constrained groundwater problem, *Calibration and Reliability in Groundwater Modeling : Credibility of Modeling*, pp. 58-63, 2008.
- 6) Sun, N.-Z. : *Inverse Problems in Groundwater Modeling*, Springer, New York., 1994.
- 7) 増本清: 地下水理逆解析における計算機記憶容量節約アルゴリズム, 応用力学論文集, Vol. 7, pp. 191-199, 2004.
- 8) Luenberger, D. G : *Linear and Non-Linear Programming*. Addison-Wesley, UK., 1984.
- 9) 森正武 : *FORTRAN 77 数値計算プログラミング*, 岩波書店, 1987.

(2010年7月9日受付)