# 支持力係数法円弧すべり解析とその適用性について

Circle Slide Stability Analysis by Circle Bearing Capacity Factor Method and Its Application

土田孝 Takashi TSUCHIDA (広島大学大学院工学研究院)



支持力係数法円弧すべり解析は、水平地盤の円弧すべり解析から求めた支持力係数 $N_c$ ,  $N_q$ ,  $N_r$ が塑性理論から求められた解ともっとも近くなるという観点から分割片側面に作用する合力に関する仮定を設定した分割法円弧すべり解析であり、実務によく使われている修正フェレニウス法、簡易ビショップ法による安全率の中間的な安全率を与える。支持力係数法円弧すべり解析で計算した支持力は二層地盤の支持力に関する遠心場での一連の実験結果と概ね一致した。埋立地など上部が砂層で下部が粘土層である地盤における石油タンク等の安定解析の事例に支持力係数法を適用し、妥当な安全率が計算されていると推定した。

キーワード:斜面安定,円弧すべり解析,浅い基礎,支持力係数 (IGC: E-3, E-6)

### 1. はじめに

分割法円弧すべり解析は、地盤工学における古典的解析法でありり、実務においてもっともよく用いられている解析法の一つである. 筆者は 1974 年に大学を卒業し、運輸省港湾技術研究所 (現在は国立研究開発法人港湾空港技術研究所) で技術者として働き始めたが、当時は大型計算機がようやく港湾構造物の設計の実務で使用できるようになったころであった<sup>2)</sup>. その際に真っ先に開発されたのが円弧すべり解析のプログラムであり、現在は小さなパソコンで簡単に計算できるが、1970 年代には全国の港湾建設局 (現在の国土交通省の地方整備局港湾部) の技術者が大型計算機による円弧すべり解析のプログラムの研修のため研究所を訪れていた.

手計算による円弧すべり解析を経験してきた当時の先輩の話によると、「今日は円弧すべり解析をやるぞ」となると、数人の若手技術者が一つの部屋に集められ、それぞれが分担する円弧を決めて、一斉に安全率の計算を(計算尺を駆使して)行い、最も危険な円弧の探索と最小安全率の計算を行っていたのだそうである。一つの断面の計算を数人が1日かかって行っていたのだから、この作業を解消してくれた円弧すべり解析プログラムが歓迎されたのも当然であった。

1960年代から70年代にかけては円弧すべり解析法に関する研究も活発に行われていた.その後,地盤工学の研究者の関心は,土の力学的構成式の探求,構成式を用いた有限要素法などによる数値解析手法の開発に向けられ,現在では構成式を用いたさまざまな解析コードが開発され設計に用いられている.しかし,通常の設計業務では,現在でも円弧すべり解析が地盤の安定を評価するもっとも一般的な解析法になっているといってよいと思われる.円弧すべり解析の長所は,地盤の安定を力のつり合いで評価するわかりやすさと複雑な地盤条件にも容易に対応できる

適用性の広さである. 古典的な方法ではあるが今後もまだ しばらくは有用な解析方法であり続けると筆者は考えて いる.

本文では、円弧すべり解析によって妥当な支持力を計算するという観点から考案された新たな計算法である支持力係数法 <sup>3/4)</sup> (Circle Bearing Capacity Factor Method, CBCF法)を紹介する. 分割法円弧すべり解析は、すべり円内の土塊をいくつかの鉛直面によって分割片に分け、各分割片の底面におけるせん断応力と土の抵抗応力を計算し、全部の分割片についてこれらの応力を加えて安全率を用いる方法である. 一般に分割法では分割片間の力のつり合いを解くために静定化の条件を仮定する必要があり、用いられる仮定によって各種の方法が提案されている <sup>1/5)</sup>.

修正フェレニウス法は各分割片間の鉛直面に作用する 力の合力の方向が分割片底辺と平行であると仮定する方 法で、簡便法とも呼ばれている 5. また、ビショップ (Bishop)の方法 6は分割片の側面に働くせん断力と直応力 を直接考慮した算定式であり、実務においては各分割片の 両側面に働く力の合力が水平であると仮定する簡易ビショップ法がよく用いられている.

わが国の技術基準等では、多くの場合、修正フェレニウス法による円弧すべり解析が採用されているが、基礎地盤が砂質土層である場合、上部が厚い砂層で下部が粘土層という土層構成の場合には、修正フェレニウス法は安全率を過小に評価していることが確認されている<sup>7</sup>. 簡易ビショップ法は、港湾施設の技術基準において偏心傾斜荷重が加わる防波堤マウンドの支持力算定方法として採用されている<sup>8</sup>が、水平な砂質地盤の安定解析の安全率を過大に評価することも知られている。支持力に関しても、砂質土地盤の場合、円弧すべり解析で求めた支持力係数は塑性理論による解析解と大きく異なることが知られている<sup>5</sup>. すなわち、修正フェレニウス法では著しく過小な支持力係数が計算され、簡易ビショップ法では著しく過大な支持力係数が計算され、簡易ビショップ法では著しく過大な支持力係数

が計算される。今泉・山口は円弧と直線からなる複合破壊面を仮定し基礎面下に主働くさびを考えることによって、均一な砂質土地盤において塑性解との差を縮小できることを示したが<sup>9</sup>,この方法を一般の設計に用いるには円弧から直線に移行する点の設定方法に問題があり、実用上は難しいと考えられる。

本文では、塑性解析による支持力係数と同等の支持力が 算定できる円弧すべり解析法を紹介し、砂と粘土からなる 二層地盤の支持力の実験結果への適用例を示し、有効性を 検討している.

# 2. 支持力係数法による円弧すべり解析(二次元)

分割法では、図-1のように土塊を分割片に分け、それぞれの分割片ごとの力のつり合いを解いて全体の安全率を計算する.図-2は各分割片に作用する力のつり合いを示している.ここに各パラメータの意味は次の通りである.

Wi: 分割片の全重量
 Wi: 分割片の有効重量
 Li: 分割片のスベリ面長さ
 Ti: すべり面のせん断力
 Ni: すべり面の有効鉛直力
 Vi: 分割片側面のせん断力
 n: 分割片側面の有効直応力
 αi: 分割片傾角

鉛直方向と水平方向の力のつり合いはそれぞれ次式の ようになる.

$$W_i' + \Delta V_i = T_i \sin \alpha_i + N_i' \cos \alpha_i \tag{1}$$

$$\Delta E_{i}' = T_{i} \cos \alpha_{i} - N_{i}' \sin \alpha_{i}$$
 (2)

安全率を $F_s$ ,分割片底面における地盤の粘着力と内部摩擦角をそれぞれ $c_i$ ,  $\phi_i$ とすると、次式が得られる.

$$T_{i} = \left(c_{i}l_{i} + N_{i}' \tan \phi_{i}\right) / F_{s} \tag{3}$$

円弧全体のモーメントのつり合いから次式が成り立つ.

$$\sum T_i = \sum W_i \sin \alpha_i \tag{4}$$

分割法円弧すべりでは、分割片間の力である  $V_1$ と  $E_1$ の力の関係をどのように仮定するかによって各種の計算法が提案されている.

修正フェレニウス法では各分割片において両側面に働く力の合力の方向が分割片傾角に等しいと仮定する。これによって、分割片の底面垂直方向に関して分割片側面の力を無視して力のつり合いが成り立つことになるので簡単に安全率を求めることができるのである。一方、簡易ビショップ法では分割片側面の鉛直方向合力を0とし、分割片側面では水平方向の力のみ働くと仮定する。これらの仮定は、分割片の傾斜角 $\alpha$ i を用いてそれぞれ以下のように表すことができる。

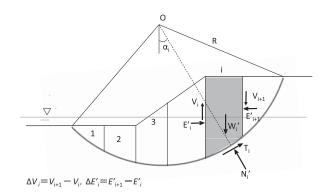


図-1 分割片に働く力

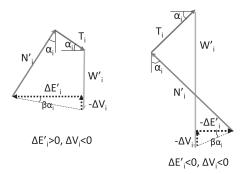


図-2 分割片に作用する力のつり合い

修正フェレニウス法 
$$\frac{\Delta V_i}{\Delta E_i'} = \tan \alpha_i$$
 (5)

簡易ビショップ法 
$$\frac{\Delta V_i}{\Delta E'} = 0$$
  $(\Delta V_i = 0)$  (6)

円弧・非円弧のすべり面を想定した Morgenstern-Price 法 <sup>10)</sup> (以下 M&P 法と略す) では分割片側面に働く力(分割片間力)の方法について次式のように仮定している.

Morgenstern-Price 
$$\not\succeq \frac{\Delta V_i}{\Delta E'} = \lambda f(x)$$
 (7)

ここに、 $\lambda$ は未知定数、f(x)は未知関数でそれぞれ適切に仮定するものだが、実用上 $\lambda$ ・f(x)の選択は難しく一般的に適用できる手法ではない。Spencer が提案した方法  $^{11)12}$ では分割片間の力を以下のように仮定している。

$$\frac{\Delta V_i}{\Delta E_i'} = \tan \theta_0 \quad (\theta_0 \ は未知数)$$
 (8)

Spencer 法は Morgenstern-Price 法と等価であるということが知られており、 $\theta$ のを未知数とすることで分割片に作用する力のつり合い条件を満足している (Fredlund and Krahn<sup>13)</sup>、近藤・林 <sup>14)</sup>). このため、米国などでは Spencer 法が実務の設計に適用されている. しかし、分割片側面間力の方向が一定であるという Spencer 法の仮定は、水平地盤の支持力問題など地盤の底部を通過する円弧すべりの場合は合理的ではないように思われる.

本文が提案する支持力係数法では,分割片側面に作用する力の方向が次式のようになると仮定する.

$$\frac{\Delta V_i}{\Delta E_i'} = \tan(\beta \cdot \alpha_i) \tag{9}$$

式(9)において $\beta$ =1 とすると修正フェレニウス法の式(5)となり、 $\beta$ =0 とすると簡易ビショップ法の式(6)となる. 式(9)

を式(1)に代入すると、

$$W_i' + \Delta E_i' \cdot \tan(\beta \cdot \alpha_i) = T_i \cdot \sin \alpha_i + N_i' \cos \alpha_i$$

となり、これより $\Delta E_i$ は次式で求めることができる.

$$\Delta E_{i}' = \frac{T_{i} \cdot \sin \alpha_{i} + N_{i}' \cos \alpha_{i} - W_{i}'}{\tan(\beta \cdot \alpha_{i})}$$
(10)

式(10)を式(2)に代入すると式(11)が得られる.

$$W_{i}' + \left(T\cos\alpha - N_{i}'\sin\alpha\right) \cdot \tan(\beta \cdot \alpha_{i}) = T_{i} \cdot \sin\alpha_{i} + N_{i}'\cos\alpha_{i} \quad (11)$$

式(11)より $N_i$ を求めると、以下のようになる.

$$N_{i}' = \frac{W_{i}' + \{\cos \alpha_{i} \cdot \tan(\beta \cdot \alpha_{i}) - \sin \alpha_{i}\}T_{i}}{\sin \alpha_{i} \cdot \tan(\beta \cdot \alpha_{i}) + \cos \alpha_{i}}$$
(12)

式 (3)を式 (12)に代入すると、Tiが消去され Niは

$$N_{i}' = \frac{W_{i}'/\cos\alpha_{i} + c_{i}l_{i}\{\tan(\beta \cdot \alpha_{i}) - \tan\alpha_{i}\}/F_{s}}{X_{0i} - \{\tan(\beta \cdot \alpha_{i}) - \tan\alpha_{i}\}\tan\phi_{i}/F_{s}}$$
(13)

となる.  $X_{0i}$ =1 +  $\tan \alpha_i \tan (\beta \cdot \alpha_i)$  である. 式(3)に式(13)を代入して  $T_i$ を求め式(4)を用いると,安全率は式(14)で与えられる.

$$F_s = \sum \frac{X_{0i} \cdot c_i \cdot l_i + (W_i^* / \cos \alpha_i) \tan \phi_i}{X_{0i} + \{\tan \alpha_i - \tan(\beta \cdot \alpha_i)\} \tan \phi_i / F_s} \cdot \frac{1}{\sum W_i \sin \alpha_i}$$
(14)

式(14)に $X_{0i}$ =1 +  $\tan \alpha_i \tan(\beta \cdot \alpha_i)$ を代入し整理すると次式のようにまとめることができる.

$$\begin{split} F_{s} &= \sum \frac{c_{i} \cdot l_{i} + \frac{\left(W_{i}' / \cos \alpha_{i}\right) \tan \phi_{i}}{1 + \tan \alpha_{i} (\tan \beta \cdot \alpha_{i})}}{1 + \frac{\tan \alpha_{i} - \tan \left(\beta \cdot \alpha_{i}\right)}{1 + \tan \alpha_{i} (\tan \beta \cdot \alpha_{i})} \tan \phi_{i} / F_{s}} \cdot \frac{1}{\sum W_{i} \sin \alpha_{i}} \\ &= \sum \frac{c_{i} \cdot l_{i} + \frac{\left(W_{i}' / \cos \alpha_{i}\right) \tan \phi_{i}}{1 + \tan \alpha_{i} (\tan \beta \cdot \alpha_{i})}}{1 + \tan \left((1 - \beta) \cdot \alpha_{i}\right) \tan \phi_{i} / F_{s}} \cdot \frac{1}{\sum W_{i} \sin \alpha_{i}} \end{split} \tag{15}$$

支持力係数法円弧すべり解析は、適切な支持力係数が得られるように式(14)のパラメータ $\beta$ を決定し、それを用いた円弧すべり解析法である.

一般に, 浅い基礎の支持力を算定する支持力公式は以 下のように与えられる.

$$q_{ult} = N_c c_0 + \gamma_2 D N_q + \frac{\gamma_1 B}{2} N_{\gamma}$$
 (16)

ここに、q ult : 基礎の極限支持力、c : 基礎底面における粘性土の粘着力、B : 基礎の最少幅(円形基礎の場合は直径)、D ; 基礎の根入れ深さ、 $\gamma_1$  ; 基礎底面から下の地盤の土の単位体積重量、 $\gamma_2$  ; 基礎底面から上の地盤の土の単位体積重量、 $N_c$  ,  $N_\gamma$  ,  $N_q$  ; 支持力係数、 $\alpha$ 、 $\beta$  : 形状係数、である.

式(16)における支持力係数は、基礎底面の地盤の単位体積重量、粘着力、内部摩擦角が均一である場合について塑性理論によって解析的に求められている.  $N_q$  と  $N_c$  は Reisnner and Prandtl による塑性解析により理論的に

以下の式が求められた 15).

$$N_q = \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi} \exp(\pi \tan \phi) \tag{17}$$

$$N_c = (N_q - 1)\cot\phi \tag{18}$$

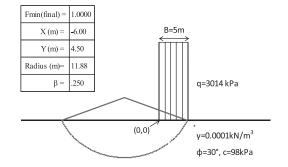
 $N_7$ は Vesic<sup>15)</sup>が Caquot と Kerisel による数値解  $^{16)}$ を与える式として次式を示している.

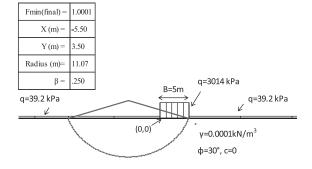
$$N_{x} = 2(N_{\alpha} + 1)\tan\phi \tag{19}$$

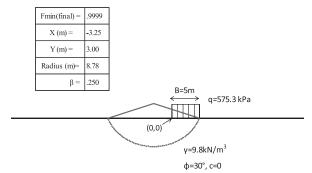
これらの式は各種の技術基準にも採用され実務において 広く用いられている.

円弧すべり解析によって支持力係数を計算するため、図 -3 のように水平地盤に帯状分布荷重を与えて最小安全率を求める方法で支持力係数を計算した。図-3 には計算の条件と円弧すべり解析により最小安全率が 1.000 となった時の帯状荷重と円弧を示しているが、この時の帯状荷重の大きさと粘着力 c、分布荷重 q、地盤の単位体積重量 $\gamma$ より 3 つの支持力係数を計算している。

計算は、式(15)における $\beta$ を 0 から 1 まで変化させて分割法円弧すべり解析を行ったが、すでに述べたように $\beta$ =1 は修正フェレニウス法、 $\beta$ =0 は簡易ビショップ法に相当す







**図-3** 円弧すべり解析による支持力係数の計算条件 (上から N<sub>c</sub>, N<sub>g</sub>, N<sub>g</sub>)

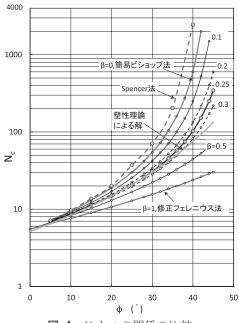


図-4  $N_c$ と $\phi$ の関係の比較

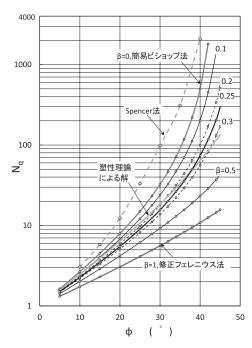


図-5  $N_q$ と $\phi$ の関係の比較

る. 比較のため Spencer 法でも支持力係数を計算した.

地盤の内部摩擦角が $\phi=5\sim43^\circ$  における,円弧すべり解析で求めた帯状荷重に対する支持力係数  $N_c$ , $N_7$ , $N_q$  をそれぞれ図-4,図-5,図-6 に示した.比較のため図中には塑性解による式(17),式(18),式(19)から求めた支持力係数をあわせて示している.

図-4~図-6 をみると, $\beta$ =0(簡易ビショップ法)から $\beta$ =1(修正フェレニウス法)に変化するにしたがって分割法による支持力係数は減少している.塑性解による支持力係数と比較すると,すでに述べたように $\beta$ =1の修正フェレニウス方の場合には過小な値が得られ, $\beta$ =0の簡易ビショップ法の場合には過大な値が得られている.塑性解析の支持力係数ともっともよく一致するのは $\beta$ が  $0.2<\beta<$ 

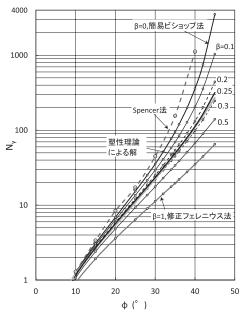


図-6 N<sub>v</sub>と o の関係の比較

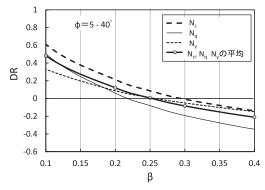


図-7  $\beta$ と、塑性解からの差の比率の総和 DR との関係

0.3 の範囲にあるときである. また, Spencer 法によって 求めた支持力係数は簡易ビショップ法で求めた支持力 係数を大幅に超過したが, これは前述したように Spencer 法の仮定が適切でなかったためと考えられる.

 $\beta$ による塑性解による値と円弧すべり解析による値の違いを評価するため、 $\phi$ が  $5\sim40^{\circ}$ のときの支持力係数の計算値の塑性解による値(式(17) $\sim$ (19)による値)からの差の比率の総和 DR を次式で計算した.

$$DR = \sum_{\phi=5^{\circ}}^{\phi=40^{\circ}} \frac{\left(N_{circle} - N_{theory}\right)}{N_{theory}}$$
 (20)

 $N_{circle}$  は円弧すべり解析で計算した支持力係数,  $N_{theory}$  は塑性解による支持力係数である. DR が 0 に近いほど円弧すべり解析の支持力係数は塑性解に近く, DR>0 は過大評価, DR<0 は過小評価していることを示す.

図-7 は DR と $\beta$ の関係であるが,両者の関係はいずれの支持力係数もよく類似しており,3 つの支持力係数の平均は $\beta$ =0.25 のときに最も 0 に近い.以上の結果より,式(14)において $\beta$ =0.25 とする円弧すべり解析法を支持力係数法と称することにする.

表-1 は支持力係数法による支持力係数を塑性解析によ

る理論値と比較したものである。  $\phi \le 40^\circ$  の範囲で,分割法による支持力係数は塑性解による支持力係数の $\pm 20\%$  以内に入っており,特に設計において影響の大きい  $N_7$ は塑性解析の値の $\pm 5\%$ の範囲にあるので,円弧すべり解析による値は塑性解の値に近いといえる.

## 3. 三次元の基礎への拡張

有限長さの浅い基礎の支持力を力のつり合いによって計算するため、多くの工夫がなされてきた。中瀬は長方形基礎の支持力を円柱状のすべり面を仮定した力のつり合いによって計算した $^{17}$ . Narita and Yamaguchi は正方形基礎および長方形基礎の支持力の3次元解析を2次元の分割法を拡張し、対数らせんのすべり面を仮定して実施している $^{18}$ . ここでは中瀬の方法と同様に、 $\mathbf{図}$ - $\mathbf{8}$  のような円柱型のすべり面を仮定する。分割片i の基礎端面部に働く力 $T_{i(end)}$ を考え、 $T_{i(end)}$ が次式で与えられると仮定する.

$$T_{i(end)} = \frac{1}{F_s} \sum_{j} \left( \sigma_j K_0 \tan \phi_j + c_j \right) \cdot a_j$$
 (21)

ここに、 $K_0$  は静止土圧係数, $\sigma_j$  '、 $\phi_j$  ,  $c_j$  ,  $a_j$  はそれぞれ端面における分割片 i の,上からの各土層 j における有効土被り圧の平均,内部摩擦角,粘着力,土層面積である.基礎端面部に作用する力を考慮すると,分割片 i の鉛直方向の力のつり合いを示す式(1)は式(22)になる.

$$W_{i}^{'} + \Delta V_{i} - \frac{2}{L} \left\{ \sum_{j} \left( \frac{\sigma_{j} K_{0} \tan \phi_{j} + c_{j}}{F_{s}} a_{j} \right) \right\} \sin \alpha_{i} = T_{i} \sin \alpha_{i} + N_{i}^{'} \cos \alpha_{i} \quad (22)$$

同様に水平方向の力の釣り合いを示す式(2)は以下の式(23)になる.

$$\Delta E_i' - \frac{2}{L} \left\{ \sum_i \left( \frac{\sigma_j K_0 \tan \phi_j + c_j}{F_s} a_j \right) \right\} \cos \alpha_i = T_i \cos \alpha_i + N_i' \sin \alpha_i \quad (23)$$

端面に働く力を考慮するとモーメントの釣り合いは式(24)で与えられる.

$$L\sum_{i}RT_{i} + 2\sum_{i} \left\{ \sum_{j} \left( \frac{\sigma_{j}K_{0} \tan \phi_{j} + c_{j}}{F_{s}} a_{j}r_{j} \right) \right\} = LR\sum_{i}W_{i} \sin \alpha_{i}$$
 (24)

R は円弧の半径,  $r_1$  は基礎端面における各土層の, 円弧中心 (図-8 の O-O') からの距離である. 式(9)を用いると式 (22)は式(25)のようになる.

$$W_{i}' + \Delta E_{i}' \cdot \tan(\beta \cdot \alpha_{i}) - \frac{Y_{0i} \cdot \sin \alpha_{j}}{F_{s}} = T_{i} \sin \alpha_{i} + N_{i}' \cos \alpha_{i}$$
 (25)

$$\sum \sum_{i} \langle \sigma_j K_0 \tan \phi_j + c_j \rangle \cdot a_j$$
 (26)

である. 式(23)は以下のように表すことができる.

$$\Delta E_i' - \frac{Y_{0i} \cdot \cos \alpha_j}{F_s} = T_i \cos \alpha_i - N_i' \sin \alpha_i$$
 (27)

表-1 支持力係数法円弧すべりによる支持力係数

	支	持力係数	法	式(17), (18), (19)によ			
φ		$(\beta = 0.25)$		る値			
	$N_{ m c}$	$N_{ m q}$	$N_{\gamma}$	$N_{ m c}$	$N_{ m q}$	$N_{\gamma}$	
0	5.5	1.0	0.0	5.1	1.0	0.0	
5	7.0	1.5	0.4	6.5	1.6	0.4	
10	8.7	2.3	1.2	8.3	2.5	1.2	
15	11.3	3.5	2.7	11.0	3.9	2.6	
20	15.0	5.5	5.7	14.8	6.4	5.4	
25	20.9	9.0	11.5	20.7	10.7	10.9	
30	30.8	15.6	23.5	30.1	18.4	22.4	
32	37.0	20.1	31.4	35.5	23.2	30.2	
34	45.4	26.5	42.4	42.2	29.4	41.1	
36	57.5	35.5	57.6	50.6	37.7	56.3	
38	75.0	50.0	79.7	61.3	48.9	78.0	
40	103.5	74.0	112.4	75.3	64.2	109.4	
42	153.0	117.0	164.4	93.7	85.4	155.5	
44	252.0	205.0	250.8	118.4	115.3	224.6	

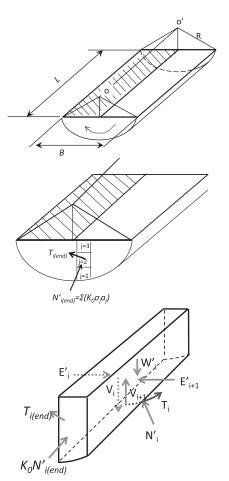


図-8 長さLの基礎のすべり面と作用する力

$$Y_{1i} = 2\sum_{j} \left( \sigma_j K_0 \tan \phi_j + c_j \right) \cdot a_j r_j \tag{28}$$

とすると、式(24)は両辺を LR で除することにより、以下のように表される.

$$\sum_{i} T_{i} + \frac{\sum_{i} Y_{1i}}{LRF_{v}} = \sum_{i} W_{i} \sin \alpha_{i}$$
(29)

式(25)と式(27)から  $N'_i$  を求めると以下のようになる.

$$N_i' = \frac{W_i' + \left\{\cos\alpha_i \cdot \tan(\beta \cdot \alpha_i) - \sin\alpha_i\right\} \cdot T_i + X_{1i} / F_S}{\sin\alpha_i \cdot \tan(\beta \cdot \alpha_i) + \cos\alpha_i}$$
(30)

ここで、 $X_{1i} = Y_{0i} \cos \alpha_i \tan(\beta \alpha_i) - Y_{0i} \sin \alpha_i$ である.

上式に式(3)を用いて  $T_i$  を消去すると,  $N_i$  は次式で与えられる.

$$N_{i}' = \frac{W_{i}' + \left\{\cos\alpha_{i} \cdot \tan(\beta \cdot \alpha_{i}) - \sin\alpha_{i}\right\} \cdot (c_{i}l_{i} + N_{i}\tan\phi_{i}) / F_{s} + X_{1i} / F_{s}}{\sin\alpha_{i} \cdot \tan(\beta \cdot \alpha_{i}) + \cos\alpha_{i}}$$
(31)

両辺に Nがあるので、整理すると次式が得られる.

$$N_{i}' = \frac{\frac{W_{i}'}{\cos \alpha_{i}} + \frac{c_{i}I_{i}\left\{\tan(\beta\alpha_{i}) - \tan\alpha_{i}\right\}}{F_{s}} + \frac{X_{1i}}{F_{s}\cos\alpha_{i}}}{1 + \tan\alpha_{i} \cdot \tan(\beta \cdot \alpha_{i}) - \frac{\left\{\tan(\beta\alpha_{i}) - \tan\alpha_{i}\right\}\tan\phi_{i}}{F_{s}}}$$
(32)

式(3) と式(29)より,次式が得られる.

$$\sum \frac{c_i l_i + N_i \tan \phi_i}{F_S} + \frac{\sum Y_{1i}}{RLF_S} = \sum W_i \sin \alpha_i$$
(33)

式(32)と式(33)を用いると,安全率 F<sub>s</sub> は次式のように求められる.

$$F_{S} = \left\{ \sum \left( \frac{X_{i0} \cdot c_{i} I_{i} + \frac{W_{i}'}{\cos \alpha_{i}} \tan \phi_{i} + \left(\frac{X_{1i}}{F_{S} \cos \alpha_{i}}\right) \tan \phi_{i}}{X_{i0} + \frac{\{\tan \alpha_{i} - \tan(\beta_{i} \alpha_{i})\} \tan \phi_{i}}{F_{S}}} \right) + \frac{\sum Y_{1i}}{RL} \right\} \cdot \frac{1}{\sum W_{i} \sin \alpha_{i}}$$
(34)

式(34)を整理すると安全率は式(35)のように示すことができ

$$F_{S} = \left\{ \sum \left( \frac{c_{i}I_{i} + \frac{W_{i}^{\prime}\cos\beta\alpha_{i}}{\cos(\alpha_{i} - \beta\alpha_{i})} \tan\phi_{i} - \frac{Y_{0i}\tan(\alpha_{i} - \beta\alpha_{i})\tan\phi_{i}}{F_{s}}}{1 + \frac{\tan(\alpha_{i} - \beta_{i}\alpha_{i})\tan\phi_{i}}{F_{S}}} \right) + \frac{\sum Y_{1i}}{RL} \right\} \cdot \frac{1}{\sum W_{i}\sin\alpha_{i}} (35)$$

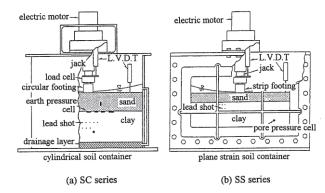
$$Y_{0i} = \frac{2}{L} \sum_{j} (\sigma_{j}K_{0}\tan\phi_{j} + c_{j}) \cdot a_{j}, \quad Y_{1i} = 2\sum_{j} (\sigma_{j}K_{0}\tan\phi_{j} + c_{j}) \cdot a_{j}r_{j}$$

 $X_{1i} = Y_{0i} \cos \alpha_i \tan(\beta \alpha_i) - Y_{0i} \sin \alpha_i$ ,  $\beta = 0.25$ 

式(35)によって長さLの基礎の支持力を円弧すべり解析で計算することができる.

## 4. 砂と粘土の2層地盤における支持力実験への適用

支持力係数法円弧すべり解析の適用性について, Okamura et al.<sup>19)20)</sup>によって実施された砂(豊浦砂)と粘土



**図-9** 二層地盤の支持力に関する遠心載荷実験 (Okamura et al.<sup>19)</sup>)

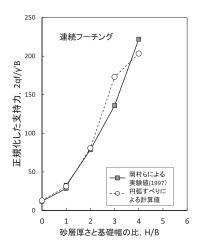


図-10 連続フーチング基礎の正規化支持力と H/B の関係

の2層地盤の支持力に関する遠心載荷模型実験結果を用いて検討した. 図-9 は遠心載荷実験を行った連続フーチング基礎と円形フーチング基礎の模型土層である. 図のSCシリーズは円形フーチング基礎の支持力実験, SSシリーズは連続フーチング基礎の支持力実験を示している. 図のように SCシリーズでは円形の土層, SSシリーズでは平面ひずみ条件となる矩形の土層が用いられており, いずれも上部が砂層, 下部が粘土層の地盤を構築して土層中心に設置した模型基礎により載荷実験を行っている. なお, いずれの実験も基礎底面上の分布荷重はなしという条件で行われた.

### 4.1 連続フーチング基礎の支持力

表-2 盛土がない砂-粘土の2層上の連続フーチング基礎の遠心載荷実験結果 (SS シリーズ, Okamura et al. 19)

Committee	フーチン グの幅 B	砂層厚さ	TI/D	表面の粘	粘土の深さ方	正規化支持力 2q <sub>f</sub> / γ'B		破棄モード	最小安全率の円弧すべ
Case   グの幅 <i>E</i> (m)		H(m)	H/B	土の強度 $c_0$ (kPa)	向強度増加率 <i>k</i> *(kPa/m)	実験	計算	(実験)	りのタイプ
s-1		0.0	0.5	22.4	0.78	12.0	12.9	一般せん断r	A
s-2	2.0	2.0	1.0	21.9	0.74	28.5	31.2	パンチングせん断	В
s-2		2.0	1.0	21.9	0.74	32.5	31.2	ハンテンクセル剛	
s-3	1.5	3.0	2.0	22.4	0.78	78.8	80.9	パンチングせん断	В
s-4	1.0	3.0	3.0	22.4	0.80	136	169.4	パンチングせん断	В
s-5	1.0	4.0	4.0	23.0	0.80	222	203.2	一般せん断	A

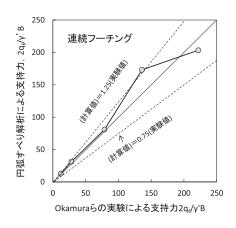


図-11 実験結果と計算の比較(連続フーチングの支持力)

連続フーチング基礎と円形フーチング基礎の試験条件

をそれぞれ表-2 と表-3 に示した(Okamura et al. 19). 砂層の

厚さは実物換算で  $1.5\sim6$ m, 基礎幅は  $1.0\sim2.0$ m, 砂層の相対密度は 88%である. 粘土層の上面のせん断強度は  $21.9\sim23.0$  kPa, 深さ方向強度増加率は  $0.74\sim0.80$ kPa/m である. 表-2 には連続フーチングの載荷試験の結果を示している. 表-2 の( $2q_f/\gamma'B$ ) は正規化支持力であり,  $q_f$  は実験で求められた極限支持力 (圧力),  $\gamma'$ は砂層の水中重量, B はフーチングの幅, H は上層の砂層の厚さである. Okamura らによると支持力  $q_f$  は荷重-沈下曲線がピークを示す場合はその時の荷重で, ピークを示さない場合は荷重-沈下曲線の変曲点から求めている. ほとんどの実験で支持力発現時の沈下量は基礎幅の 10%以上であったとされており, 基礎の直下は十分に塑性変形していたと推定される 19).

本実験の条件で式(15)による支持力係数法による円弧すべり解析を行い、極限支持力を計算した.実験の地盤条件に対して基礎幅に帯状荷重として荷重を加え安全率が1.000±0.001になったときの荷重を計算した.

二層地盤では上部の砂層と下部の粘土層のそれぞれの支持力の中間的な支持力が発現されると考えられるが、実験では上層の砂層が厚いほど支持力が大きくなっている。これは、上層の良く締まった砂層の支持力が粘土層よりも大きいためである。解析では、砂層厚Hが最大の4m(基礎幅Bとの比H/Bは4)のときに、砂層だけによる支持力が発揮されていると仮定し、このケースの支持力から塑性解におる支持力係数を求める式(17)、式(18)、式(19)を用いて、逆算し砂層の $\phi$ を決定した。その結果、連続フーチング基礎の場合と円形フーチング基礎のそれぞれについて $\phi=43$ 度、41.5度という値が求められた。両者の違いは、地盤の変形条件が、連続フーチングでは平面ひずみ条件、円形フーチングの場合は軸対称応力条件であるためと考えれば、妥当といえる。

実験で求められた支持力および支持力係数法円弧すべり解析で計算した支持力を $\gamma$  B/2 で正規化し表-2 に示した. 図-10 は連続フーチング基礎の正規化支持力と砂層厚さ H と基礎幅 B の比 H/B の関係であり、図中には実験結果と円弧すべり解析の結果を示している. 図のように H/B の増

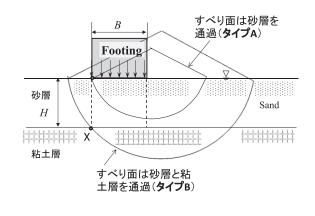


図-12 最小安全率を与える円弧の2つのタイプ

加とともに二層地盤の支持力は増加するが、実験結果と円弧すべり解析から求めた支持力の H/B に対する増加傾向はよく類似している. 図-11 は支持力の直接比較である. 円弧すべり解析による支持力は実験値に対して±25%の範囲にあり、実験結果に概ねよく適合しているといえると考えられる.

支持力係数法による円弧すべり解析では、最小安全率を与える円弧(限界円弧)について図-12に示すような2つのタイプがあった。タイプ A はすべり面が基礎の端部を通過し、上部砂層の中に留まるものである。タイプ B はすべり面が基礎端部の直下付近における砂層と粘土層の境界(図-12の X 点)を通り粘土層の中を通過するものである。最小安全率を与える円弧のタイプを表-2 に示した。Okamura らは実験において観察された支持力実験の破壊モードを一般せん断破壊とパンチングせん断破壊がに分類した。一般せん断は、極限状態において基礎が傾斜し基礎直下の沈下と周辺部の盛り上がりが観察される破壊モードであり、パンチングせん断は、基礎直下の基礎幅とほぼ同じ幅の砂層が基礎と一体になって下部の粘土層に貫入

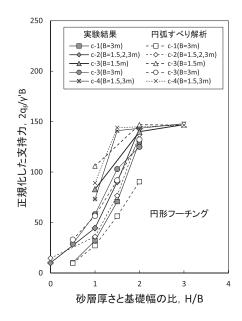


図-13 円形フーチング基礎の正規化支持力と H/B

	20 0		JT 17 PUTA	(1 1/1/2 /	_ / • /	五	1737 (BC	J J , Okamara C	· u1. )
Case	粘土	粘土の先行 圧密圧力 (kPa)	B (m)	H (m)	H/B	正規化支持力 2 <i>q<sub>t</sub></i> /γ' <i>B</i>		破壊モード	最小安全率の 円弧すべりの
						実験	計算	(実験)	タイプ
c-1a		60	3.0	1.5	0.5	10.2	9.7	パンチングせん断	В
c-1b	NC			3.0	1.0	32.0	23.9	パンチングせん断	В
c-1c				4.5	1.5	70.8	50.3	パンチングせん断	В
c-1d	] NC			6.0	2.0	130	85.0	パンチングせん断	В
c-1e		30	1.5	1.5	1.0	36.9	32.3	パンチングせん断	В
c-1f				3.0	2.0	133	95.1	パンチングせん断	A
c-2a		78	3.0	0	0	10.0	14.6	一般せん断	A
c-2b	1			3.0	1.0	44.5	34.3	パンチングせん断	В
c-2c	OC08		2.0	3.0	1.5	90.3	69.5	パンチングせん断	В
c-2d			1.5	3.0	2.0	143	114.0	一般せん断	A
c-3a		192	3.0	1.5	0.5	28.9	30.4	パンチングせん断	В
c-3b	OC2			3.0	1.0	58.3	54.3	パンチングせん断	В
c-3c				4.5	1.5	103	85.4	パンチングせん断	В
c-3d				6.0	2.0	125	125.8	一般せん断	A
c-3e			1.5	1.5	1.0	83.0	93.0	パンチングせん断	В
c-3f				3.0	2.0	140	113.1	一般せん断	A
c-3g				4.5	3.0	147	112.7	一般せん断	A
c-4a	OC4	392	3.0	3.0	1.0	73.3	86.5	パンチングせん断	В
c-4b				4.5	1.5	141	106.7	パンチングせん断	A
c-4c			1.5	4.5	3.0	148	115.1	一般せん断	A

表-3 実験結果と計算の比較(円形フーチング基礎の支持力)(SCシリーズ,Okamura et al. 19))

する破壊モードである. Okamura らによる分類を表-2 に併せて示している. 表-2 をみると, 破壊モードが一般せん断の場合, 限界円弧はタイプ A であり, 円弧は基礎端部と砂層内を通過している. 一方, パンチング破壊と分類された実験ケースでは, 限界円弧はタイプ B となり, 基礎端部の直下付近で砂ー粘土境界を通過し, 粘土層を通過した. 以上のことから, 支持力係数法によって求めた支持力は, 上部砂-下部粘土の二層地盤における支持力破壊の破壊モードである一般せん断とパンチングせん断の両者に適用できることが確認できる.

## 4.2 円形フーチング基礎の支持力

円形フーチング基礎の支持力は、円形フーチング基礎と同じ断面積をもつ正方形基礎の支持力を式(35)を用いて計算することで算定した. 計算では静止土圧係数  $K_0$  を 0.5 と仮定した. 表-3 に Okamura ら  $^{19}$ が行った 20 ケースの円形フーチング基礎の実験結果と円弧すべり解析で求めた支持力、限界円弧のタイプをまとめて示す.

図-13 は,正規化支持力  $2q\eta'B$ ,と砂層厚さ-基礎幅比 H/B の関係であり,Okamura ら  $^{19}$ による実験結果と円弧すべり解析で求めた支持力を示している.実験は1.5m,2.0m,3.0m の三種類の基礎直径で行われており,それぞれを同面積の正方形基礎として計算を行った.図をみると,基礎直径によって一致度にばらつきがあるが,全体として実験の極限支持力と H/B の関係と同様の関係が円弧すべり解析で得られている.

図-14 は実験値と計算値の直接の比較である. 図のように、計算で求められた支持力は、連続フーチング基礎の場合と同様に実験値の±25%の範囲に入っている. 図をみると、支持力係数法で計算した支持力は、粘土層が軟弱であ

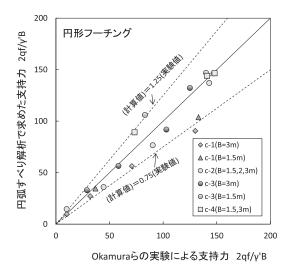


図-14 実験結果と計算の比較 (円形フーチング基礎の支持力)

る場合(ケース C-1)に過小評価しており、粘土層が硬質であるとき(ケース C-3 と C-4)は過大評価している.これらの理由は不明であり、支持力係数法円弧すべり解析の限界を示しているともいえる.破壊モードに着目すると、連続フーチング基礎の場合と同様にほぼ一般せん断破壊ではタイプ A, パンチング破壊ではタイプ B の限界円弧となった.20 ケースのうち C-1f と C-4b では一致しなかったが、これは 2 つの破壊モードによる限界支持力に大きな差がなかったことが原因と考えられる.

以上のように支持力係数法円弧すべり解析と実験結果 との一致度に限界はあるが、極限支持力に関して 25%程度 の違いを許容すれば、本解析法は上部砂層、下部粘土層の 地盤に適用できると考えられる.

# 5. 上部砂-下部粘土 2 層地盤上の安定問題への支持力係数 法円弧すべり解析の適用

小林は上部が砂層、下部が粘土層である二層地盤において修正フェレニウス法円弧すべりが過小な安全率を与えることを述べ、2つの事例を示している 7. 図-15 に示す事例は埋立地における石油タンク基礎の例であり、安全率は修正フェレニウス法で 0.72、簡易ビショップ法で 1.69と計算された. 実際に水張り試験による載荷を行った結果地盤は安定しており、修正フェレニウス法による安全率 0.72 は過小な安全率であることが判明している. 小林はこの地盤を港湾空港技術研究所が開発した地盤汎用有限要素解析プログラム GEOFEM<sup>21)</sup>で解析し安全率を求め 1.14であったとしている 3. GEOFEM では地盤はモールクーロンの破壊基準に従う弾塑性体としてモデル化している.

図-16 に示す事例は上部砂-下部粘土の二層地盤における防波堤の例である. 円弧すべり解析でもとめた安全率は修正フェレニウス法で 0.89, 簡易ビショップ法で 1.51, GEOFEM では1.36 であった. 本事例では断面のとおり建設が行われたが,ケーソン据え付け,中詰めを行った直後から150 日間で約80cmの沈下が発生したが,構造物全体は安定していた. このことから,安全率は1.0よりも大きいが,地盤の変形が大きかったことからすべりに関する余裕はそれほど大きくないと予想された. 小林は防波堤の事例について GEOFEM による安全率が実際の安全率に近いと推定している.

図-17の事例は埋立地内に立地した製鉄所のヤードに積み上げられた鉄鉱石の安定問題である<sup>22)</sup>.図のような形状の鉄鉱石について円弧すべり解析を行うと安全率は修正フェレニウス法で 0.916,簡易ビショップ法で 1.807 となり,2つの方法で大きな差が生じた.実際にはこの形状で積み上げられた鉄鉱石は安定しており修正フェレニウス法の安全率が過小評価であることは明らかになっている.

これらの事例について,支持力係数法円弧すべり解析を行って安全率を求めた結果を図-15,図-16,図-17に示している.石油タンクの事例では1.269となり,修正フェレニウス法の0.734と簡易ビショップ法の1.590の平均よりやや大きい値となった.防波堤の事例では修正フェレニウス法の0.914と簡易ビショップ法の1.633に対して1.261であり,ほぼ両者の平均となっている.鉄鉱石の事例では修正フェレニウス法の0.920と簡易ビショップ法の1.807に対して1.422であり,両者の平均に近い値となった.石油タンクの事例と防波堤の事例ではGEOFEMによる安全率がそれぞれ1.14,1.36であって0,1程度の違いはあるが,円弧すべり解析による安全率の中では支持力係数法の値がGEOFEMによる安全率にもっとも近かった.

以上の事例では、上部砂、下部粘土の二層地盤における 各種構造物の安定解析例を示したが、いずれの場合も修正 フェレニウス法による安全率が過小評価であることが確 認されている。真の安全率を求めることができないので、 評価は難しいが、建設時の構造物の挙動や有限要素解析で

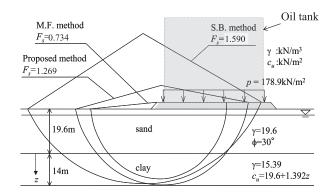


図-15 埋立地における石油タンクの安定解析 7)

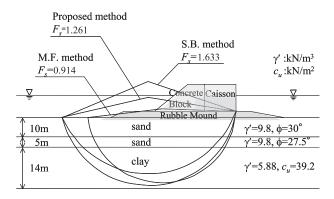


図-16 二層地盤上に建設された防波堤 7)

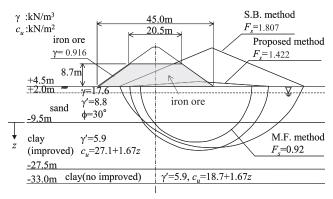


図-17 埋立地の上に積まれた鉄鉱石 22)

求めた安全率との比較を総合的に考慮すると、円弧すべり 解析で求められる3つの安全率の中では、支持力係数法に よる安全率がもっとも真値に近いのではないかと推定さ れる.

### 6. まとめ

支持力係数を計算できるという観点から,新しい円弧すべり解析法(支持力係数法)を紹介した.支持力係数法円弧すべり解析についてまとめると以下のようになる.

1) 支持力係数法円弧すべり解析は、分割片のすべり面の傾き $\alpha$ を用いて分割片の側面に作用する力の合力の方向が水平に対して $0.25\alpha$ と仮定する計算法である。0.25という係数は、本解析法により水平地盤の円弧すべり解析から求めた支持力係数 $N_c$ ,  $N_q$ ,  $N_r$ が、塑性理論から求め

られた解ともっとも近くなるという理由で決定した.

- 2) 支持力係数法円弧すべり解析で有限長さの基礎の支持力を算定するため、基礎の両端部を考慮した三次元円弧すべり解析の式を誘導した.円柱形のすべり面を仮定し、両端部には静止土圧が働くと仮定している.
- 3) Okamura ら <sup>19)</sup>が報告している 2 層地盤の支持力に関する 遠心力載荷実験の結果を用いて、実験値と支持力係数法 円弧すべり解析で求めた支持力値との比較を行った。支 持力係数法で計算した支持力の値は実験値の±25%となっており、一般せん断破壊とパンチングせん断破壊の 2 つの破壊モードと円弧すべり解析による限界円弧にも 関連があることがわかった。
- 4) 埋立地など上部が砂層で下部が粘土層である地盤における石油タンク,防波堤,鉄鉱石ヤードの安定解析の事例に支持力係数法円弧すべり解析を適用した.これらの事例はいずれも設計基準等でもっとも広く用いられている修正フェレニウス法では安全率が過小であることが判明している事例であるが,支持力係数法による安全率は,概ね妥当な安全率となっていると考えられる.

### おわりに

有限要素法や境界要素法,最近では粒子法などさまざまな解析手法を用いて,地盤の安定解析や変形予測のために多くの新しい解析ツールが開発されている.このような中,「いまさら円弧すべり解析か..」と思われる方もあるかもしれないが,筆者は円弧すべり解析法は捨てがたい魅力があると考えている.何よりもその特長として,実務に従事する技術者にとって親しみがありわかりやすいため,本解析法で説明すると納得してもらいやすいことがあげられる.多くの技術者の合意により進められる社会基盤の仕事では,「わかりやすさ」と「合意形成のしやすさ」は大きな長所であろう.本文が何らかのかたちで読者の役に立てば幸いである.

## 参考文献

- 1) 土質工学会: 土質工学ハンドブック(1982 年版) 第7章 斜面安定, pp.223-240, 1982.
- 2) 野村健司,早藤能伸,長友文昭:斜面安定解析における ビショップ法とチェボタリオフ法の比較,港研報告, Vol.7, No.4, pp.133-175, 1968.
- 3) 土田孝, 水野健太, 引屋敷英人: 実用分割法円弧すべり 解析における新しい計算法, 地盤工学会論文報告集, 第42巻, 第2号, pp.139-152, 2002.
- Tsuchida, T. and Athapaththu, A.M.R.G.: Practical method based on Slip Circle of Slices for Calculation of Bearing Capacity, Soils and Foundations, Vol.54, No.6, 2014,
- 5) 山口柏樹:土質力学(全改訂), 技報堂出版, pp.257-272,

1984

- 6) A. W. Bishop: The use of the slip circle in the stability analysis of slopes, Geotechnique, Vol.5, No.1, pp.7-17, 1955
- 7) 小林正樹: 地盤の安定解析における問題点, 昭和 51 年度港湾技術研究所講演会講演集, 1976.
- 8) 日本港湾協会:港湾の施設の技術上の基準・同解説(上), 第 I 部, 第 5 編基礎, 1989.
- 9) 今泉繁良・山口柏樹:分割法による地盤の支持力計算法,土質工学会論文集, Vol.26, No.2, 1986.
- 10) Morgenstern, N., Price, V.E. The analysis of the stability of general slip surfaces. Geotechnique 15(1), 79-93, 1965.
- 11) Spencer, E. A Method of analysis of the stability of embankments assuming parallel inter-slice force. Geotechnique 17(1), 11-26, 1967.
- 12) Spencer, E. Thrust line criterion in embankment stability analysis. Geotechnique 23, 85-100, 1973.
- Fredlund, D. G., Krahn, J. Comparison of slope stability methods of analysis. Canadian Geotechnique. 14, 429-439, 1977.
- 14) 近藤観慈,林拙郎: Morgenstern-Price 法と Spencer 法の 類似性と一般性,日本地すべり学会論文集 34(1),16-23, 1997
- Vesic, A., Bearing capacity of shallow foundation. Ch.3, Foundation Engineering Handbook, Van Nostrand reinhold, pp.121-144, 1975.
- 16) Caquot, A., Kerisel, J. Sur le Terme de Surface dans Calcu des Foundations en Milieu Puverulent. Proc. 3rd ICSMFE. 1,336-337, 1953.
- 17) Nakase, A.: Bearing capacity of rectangular footings on clays of strength increasing linearly with depth, Soil and Foundations, Vol.21, No.4, pp.101-108, 1981.
- 18) Narita K., Yamaguchi, H., 1992. Three dimensional bearing capacity analysis of foundations by use of a method of slices, Soils and Foundations 32(4), 143-155.
- 19) Okamura, M., Takemura, J., Kimura, T.: Bearing capacity predictions of sand overlying clay based on limit equilibrium method, Soils and Foundations, Vol. 38, No. 1, pp. 181-194, 1998.
- 20) Okamura, M., Takemura, J., Kimura, T.: Centrifuge model tests on bearing capacity and deformation of sand layer overlying clay, Soils and Foundations, Vol. 37, No. 1, pp. 73-88, 1997
- 21) 沿岸開発技術研究センター, 地盤解析汎用プログラム (GeoFem)改良版, http://www.cdit.or.jp/tekigou/index.html
- 22) 土質工学会:製鉄所,軟弱地盤における工事実施例, 土質基礎工学ライブラリー 13(2).土質工学会. 183-198, 1977.

(2016年11月21日 受付)