円孔弾塑性解に基づくトンネル支保の効果に関する考察

Analysis of effect of the support based on an elasto-plastic solution of circular tunnel

西村 強1)

1) Tsuyoshi NISHIMURA,教授,鳥取大学大学院, tnishi@tottori-u.ac.jp



地山変位に応じて生じるロックボルトの軸力を空洞周辺地山への拘束圧として、また、 吹付けコンクリートと鋼製支保工を一体化した薄肉円筒と地山の接触圧を空洞内圧とし て、これら3つの部材による支保システムの効果を表現し、円孔周辺の要素に関する力の つり合い式に導入する.この結果、地山-支保系の荷重変位関係は、支保設置以降、地山 材料の強度変形特性のみから求められる地山特性曲線から分岐するものとして表現され る.壁面変位低減効果という観点では、ロックボルトと他2支保材の効果は異なること、 3支保材同時設置の効果は支保材各々の和とはならないことなどを報告する.さらに、空 洞安定に貢献する機構への拡張を目指して、今後の応用に向けた視点を述べる.

 $\neq - \mathcal{P} - \mathcal{F}$: Ground reaction curve, Convergence confinement, Rock bolt, Steel sets, Shotcrete (IGC : G-5, H-5)

1. はじめに

1.1 地山特性曲線と支保の効果の表現

ロックボルト, 吹付けコンクリートそして鋼製支保工 は山岳トンネル工法における支保材として利用されてい る. これらの支保要素による空洞安定のための力学的効 果は様々考えられるが、ロックボルト(RB)には内空面 と地山内部の相対変位を抑制して空洞周辺の拘束圧の低 下を防ぐこと, 吹付けコンクリート (SC) と鋼製支保工 (SS) は掘削面を被覆して小崩落を防ぐのみならず地山 へ内圧を付与することが主として挙げられる ¹⁾. SC と SS は個々の部材としてのみならず, SC が十分な強度を 発揮する段階になれば、一体として効果を発揮すると考 えられる. このようなトンネル工法は、一般的に New Austrian Tunneling Method, NATM 工法と呼ばれる. この 名称は特許と関連していたので²⁾, 使用が避けられてい た時期もあったそうである. 今日でも国際雑誌などに投 稿の際に、この名称を用いると修正の要求を受けること がある. Convergence Confinement Method, CCM の方が 抵抗なく受け入れられるかもしれない.

これら3つの支保要素の効果と地山の荷重負担/支保 能力の関わり合いは、横軸に変位*δ、縦*軸に土圧 *pi* をと った図で表現されることが一般的である. **図-1** はこれを 例示したものであり、土圧が最小(*pi*)*min* となる点で平衡 状態に達するならば、これが最も合理的であるとされる. しかしながら、このような地山の特性を表現する曲線(地 山特性曲線、Ground Reaction Curve, GRC)を理論的に描 くには多くの仮定が必要であり、また、*δ、pi* を計測量 と結びつける手法は確立されていないと認識される. さ らに支保工設置以降は地山と支保が協働して解放応力を



図-1 地山特性曲線及び支保の荷重-変位関係

負担することになるので、地山と支保要素各々の特性が 得られたとしても、図中の交点で地山一支保系全体の力 学的な均衡を表現することは困難と考えられる.軸力や 支保工応力度、そして変位などの計測結果と*δ、pi*を関連 付ける手法、地山と支保の協働する過程を表現する手法 は支保の効果の把握に寄与すると考えられる.そして、 現場計測データの力学的評価も前進すると考えられる.

1.2 地山特性曲線に関する既往研究と本稿の視点

前項にのべた山岳トンネルに関する工法は 1960 年代 初頭に提唱され³⁾,日本にも導入された.1970年代には この工法の考え方,ライニングの設計方法を取り扱った 西村



図-2 掘削部の応力解放による切羽付近

論文や書籍^{例えば4,5)}が多く発刊されるようになった.その 中で,この工法の名称について,谷本は「日本ではこれ だけ NATM の名称が定着しているので無理に改称する 必要はないが,敢えて表現するならば」と断りなが ら,'Targeting Minimum Support Method (TMS 工法)'とい う名称を記載している²⁾.この記述は,前節の特許に関 する記述および図-1 の(*pi*)*min* を意識した記述と理解され る.

GRC はトンネル切羽付近の応力と変形を掘削断面内 の2次元問題として表現したものである. 山岳工法にお ける地山の荷重負担を表現するものとして示され 3),地 山の支保力の極大値の再現を中心として多くの理論解析, 数値解析が報告されている. 西村のは, 地山材料の降伏 後の強度劣化(ひずみ軟化)に注目して地山特性曲線の 解析を行っている.この解析では、側圧の増加とともに 破壊後のひずみ軟化の特性が大きくなる応力―ひずみ曲 線を採用すれば極大値の表現が可能であったとしている. 瀬崎ら
のは円孔周りの弾塑性解を基本に重力項を導入し て極大値の再現を試みている. この他にも地山の強度定 数(c, ϕ), 弾性係数 E, ポアソン比 ν 等に加えて軟化特性 などの特徴を導入する例 8が見られるものの、降伏後の 地山材料の体積変化の特徴が壁面変位や塑性域の進展に 及ぼす影響をモデル化した例は少ないようである.木山 ら⁹は,個別要素法による解析例を報告しているが,こ の解析で採用されている円形要素の規則配列で表現しう る地山条件は極めて限られたものと想定される.

この図のような(pi)min は、掘削に伴う応力の再配分の 結果であり、地山内の'支持リング'の形成と弱体化で説 明可能と解釈されることもあるが、それ自体の存在が説 明されておらず、NATMの基本概念そのものに誤りがあ るのではないか?という指摘もある¹⁰⁾.このような研究 例からも図-1 のような曲線の再現は難しい問題である とことが改めて理解できる.

先に「トンネル切羽付近の応力と変形を掘削断面内の 2次元問題として表現した」と記述した.それは次のように説明される.掘削に伴う変位をトンネル掘削軸方向



図-3 等方応力下の円孔トンネルと支保の配置

(図-2 中 z 軸) に観察すれば,それは切羽の前方でも生じており,特に掘削断面内変位に注目して 2 次元表現すれば,図-2 下段のように応力の解放に伴うものとして表現可能である.ここに,応力解放の程度を $\lambda = (\sigma_0 - \sigma_{ra})/\sigma_0$ で表示すれば, $\lambda = 0$ は初期応力状態, $\lambda = 1$ は完全解放状態に相当する.しかしながら,日常的な変位計測は切羽到達以降に開始されるので,図-1 の支保設置点 δ_1 , δ_0 の位置を定める,さらに支保設置時の地山の応力状態を示すパラメータ λ を定めることは難しいであろう.図-1 のような関係が概念としては存在するものの,実地山の挙動評価さらには計測管理という面の利用は難しいと言わざるを得ない.

本稿では、円孔弾塑性解を基本に、地山変位に応じて 生じるロックボルトの軸力 Tを空洞周辺地山への拘束圧 p_b として、また、吹付けコンクリートと鋼製支保工を一 体化した薄肉円筒と地山の接触圧を内圧 p_s として、これ らの和 $p_0 = p_b + p_s$ を地山内要素の力の平衡方程式に導入 する試みを記載する.そして、支保工の効果 p_0 を加算し た内空圧—変位曲線を示して、GRC を利用した切羽付近 の安定性についてまとめる.なお、ここに記載の内容に ついては一部を別報¹¹⁾に記載しており、それらを基礎資 料として新たな考察を追記したものである.

2. 円孔弾塑性解に基づく地山特性曲線と支保効果

2.1 ダイレイタンシーを考慮した地山特性曲線

本文では均質地山,等方応力状態を仮定し,掘削領域 の応力解放に伴う周辺地山の応力と変位の解析に円孔周 りの二次元弾塑性解を利用する.地山材料はモール・ク ーロン破壊規準に従う材料であり,弾性係数 Egd,ポア ソン比 vgd,強度定数 c, Ø, さらにダイレイタンシー角 W を加えて特徴づける.図-3 は半径 a のトンネル周辺に半 径 R の塑性領域が生じた状態を表している.円孔の中心 を原点とする極座標(r, Ø)を導入すると,支保要素の設置 がない場合の塑性領域内の微小領域に関する平衡方程式



図-4 ロックボルトによる拘束圧および薄肉円筒 による内圧のモデル化

は以下のように記述される.

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \tag{1}$$

ここに、 σ_r 、 σ_r は半径方向応力、周方向応力である. p_b と p_s の導入も含めて、式(1)から始まる誘導過程は一部報告 済¹¹⁾であるので、主要な式の記載に留める. 弾塑性境界 r=Rにおける応力は、 $\sigma_r|_{r=R}=\sigma_{rR}, \sigma_{\theta}|_{r=R}=2\sigma_0 - \sigma_{rR}$ であり、 降伏条件を満足していることより弾塑性境界における半 径方向応力は次式のように求まる.

$$\sigma_{rR} = \frac{2\sigma_0 - S_c}{\zeta + 1} \tag{2}$$

ここに, $\zeta = (1+\sin\phi) / (1-\sin\phi)$, $S_c = 2c \cos\phi / (1-\sin\phi)$ である. なお, $\phi > 0$ とする. さらに, r = Rにおける σ_r の連続条 件から次式が求まる.

$$\left(\frac{R}{a}\right)^{\zeta-1} = \frac{(\zeta-1)\sigma_{rR} + S_c}{(\zeta-1)\sigma_{ra} + S_c}$$
(3)

次に塑性領域 $a \leq r \leq R$ の変位の算出について簡潔 に触れる.降伏時までは弾性ひずみ ε^e のみが、降伏時以 降は塑性ひずみ ε^p のみが生じているとし、次のように分 離して表示できるとする.ここに、添え字 $e \geq p$ はそれ ぞれ弾性成分および塑性成分を示す.

 $\varepsilon_r = \varepsilon_r^{e_+} \varepsilon_r^{p_+}, \quad \varepsilon_{\theta} = \varepsilon_{\theta}^{e_+} \varepsilon_{\theta}^{p_+}$ (4) 塑性域内では弾性ひずみは塑性化開始時点のまま一定で あり, 塑性ひずみは塑性ポテンシャル $G(\sigma_r, \sigma_{\theta})=0$ を用い て求められると仮定する.

$$G(\sigma_r, \sigma_\theta) = \sigma_\theta - \frac{1 + \sin\psi}{1 - \sin\psi} \sigma_r \tag{5}$$

ここに、 ψ はダイレイタンシー角であり、 $\psi = \phi$ のとき、 関連流れ則である.式(5)より

$$N_{\nu} \mathcal{E}^{p}_{\theta} + \mathcal{E}^{p}_{r} = 0 \tag{6}$$

を得る.ここに、 $N_{\psi} = (1+\sin\psi) / (1-\sin\psi)$.地山部分のみ を対象とするとき、図-3 は軸対称問題であるので、周方 向変位成分の勾配はゼロである.上式を変位の関数とし



図-5 薄肉円筒内の要素に作用する力と変位の表 示

て書き換えると次式を得る.

$$\frac{\partial u_r^p}{\partial r} + N_\psi \, \frac{u_r^p}{r} = 0 \tag{7}$$

これを解き, *r* = *R* における変位の連続性を用いて塑性円 内の半径方向変位は次式で求められる.

$$\overline{u}_{r} = -\frac{1+v_{gd}}{E_{gd}} (\sigma_{0} - \sigma_{rR}) \left\{ \frac{a^{2}}{r} + \frac{R^{N_{v}-1}}{r^{N_{v}}} (R^{2} - a^{2}) \right\}$$
(8)

上式でr = aとすれば、円孔表面の変位 $\overline{u}_{dr=a}(=u_a)$ を求

めることができる.なお,式(8)は応力解放以降の変位を 表現している.

2.2 支保要素の効果のモデル化と基本式の誘導

第1章にはロックボルト,吹付けコンクリート,鋼製 支保工に期待される効果を記載した.

- ※ ロックボルトは内空面と地山内部の相対変位を抑 制して空洞周辺の拘束圧の低下を防ぐこと
- ※ 吹付けコンクリートと鋼製支保工は掘削面を被覆 して小崩落を防ぐのみならず地山へ内圧を付与す ること

以上のように、空洞の内表面に拘束圧を付与することを 考慮すれば、降伏後の応力ひずみ挙動に変化が生じるは ずである.また、RB、SS そして SC の3つの支保材は一 体化しているものではなく、個別の支保要素として掘削 解放応力を地山自体と協働して負担すると記述した.本 節では、3支保材のモデル化と、これらの効果を表現す る内空圧-壁面変位関係式の概要について述べる.この うち、SC と SS は、SC が十分な強度を発揮する段階に なれば一体として効果を発揮すると想定して、SC と SS を一体化した複合材としてモデル化する.複合体の等価 剛性、厚さを求める手順を導入し、薄肉円筒として取り 扱う.図-4 に示すモデルでは、円孔面および地山内部に おける半径方向の圧力として3支保材の効果を描いてい る.地山と支保要素の力学的作用を半径方向の圧力とし



図-6 複合体の曲げ, 圧縮に関する係数 *D*ρ²/*K* と厚 さ *t* の関係の計算例

てモデル化した研究例は多く存在する^{例えば12~10}. 既往の 研究を参照して SC と SS を一体化したのちに円筒として 導入しているものの,本例のように3つの支保要素の効 果を一括して導入した手法は報告されていないと認識し ている.

2.2.1 ロックボルト, 吹付けコンクリート, 鋼製支保工に よる効果のモデル化

RB は、円孔表面より地山内部に放射状にそして周方向には等角度 β で配置されているとする.その効果は、 ロックボルトの軸方向力Tを円孔表面r=aおよび RB 先端r=bにおける分布荷重に読みかえて式(1)のつり合い式に導入する.定式化に関する内容を列記する.

・長さ L,断面積 Ab,ヤング率 Ebの軸要素とする.
 ・周方向には円孔表面において等角度 β,半径方向に放射状に設置する.応力解放の進行を表現するパラメータ

 $\sigma_{ra} = \sigma_{ra}$ ⁱⁿのときに周方向にわたり同時設置とする. ・トンネル軸方向には等間隔 S_z で設置する.

・ロックボルトに生じる力Tはボルト先端(*r=b*, *b-a=L*) と円孔表面の地山の変位の差によって生じるとする. す なわち、

$$T = \left\{ \left(\overline{u}_r \Big|_{r=b}^{\lambda_f} - \overline{u}_r \Big|_{r=b}^{\lambda_{in}} \right) - \left(\overline{u}_r \Big|_{r=a}^{\lambda_f} - \overline{u}_r \Big|_{r=a}^{\lambda_{in}} \right) \right\} \frac{E_b A_b}{b-a}$$
(9)

で求める. T>0 は引張とする. ここに、 λ の上添え字fは 設置後の注目時点, in は設置時点を示す. ロックボルト 1本あたりの軸力 Tをr=aにおいて面積 $S_a S_c$ に等分布す る荷重として導入しており、r=bにおいて周長が大きく なる分を考慮している. $p_b>0$ は地山への圧縮力の作用 として次式のようである.

$$-T = p_b S_a S_z = p_b \cdot a\theta \cdot S_z = \frac{a}{b} p_b \cdot b\theta \cdot S_z$$
(10)

SS と SC は複合体として取り扱い, 掘削径と同一の外径 a, 厚さ t_{eq} の薄肉円筒とし, r = aにおいて地山と接して接触圧 p_s を発生すると考える. p_s は次式により r = aにおける変位 u_a に関係づけられる.



図-7 吹付けコンクリートと鋼製支保工の複合体としてのモデル化(n=2を例として)

$$p_{s} = E_{eq} t_{eq} \frac{\overline{u}_{r} \Big|_{r=a}^{\lambda_{f}} - \overline{u}_{r} \Big|_{r=a}^{\lambda_{m}}}{a^{2}}$$
(11)

ここに、 E_{eq} および t_{eq} は複合体が示す等価剛性,等価 厚さである. RB および SS, SC を表現する複合体からな る支保による、r=a でおける内圧を $p_0 = p_b + p_s$ と表記す れば、式(1)を解くための条件は次のように書ける.

1)
$$\sigma_r|_{r=a} = \sigma_{ra} + p_0$$
, $p_0 = p_b + p_s = \frac{-T}{S_a S_z} + p_s$
2) $\sigma_{\theta}|_{r=R} = \zeta \sigma_r + S_c$
3) $\sigma_r|_{r=R-dr} = \sigma_r|_{r=R+dr}$
4) $\sigma_r|_{r=b-dr} - \sigma_r|_{r=b+dr} = \frac{a}{b} p_b$
5) $\sigma_r|_{r\to\infty} = \sigma_0$
6) $\overline{u}_r|_{r=a-dr} = \overline{u}_r|_{r=a+dr}$
7) $\overline{u}_r|_{a=B-dr} = \overline{u}_r|_{r=a+dr}$

条件 2)は塑性域内の応力状態を,条件 3)は塑性境界にお ける半径方向応力の連続性を規定している.これらと 4) を比較すれば, RB の先端は弾性域にあると仮定してい ることになる.よって, R < bである.条件 6)は地山と SS と SC を表す円筒が r = aで接しており,半径方向変 位が同一であることを示す.

実施工において、ロックボルトの定着方式は全面定着 方式が主流とされている¹⁷⁾.式(9)に記載する両端接着型 モデル化は簡易である反面,この方式を表現していない. 一方,全面定着方式のモデル化はロックボルトの諸元(断 面積や弾性係数など)に加えて、定着部の特性そして定 着部内のせん断応力分布に関する条件を設定する必要が あり^{14,15)}.解析に必要なパラメータ数が増すことになる. この研究はロックボルト,吹付けコンクリートそして鋼 製支保工各々が発揮する機能・効果を理論的に追究する ものではない.これら支保工の同時設置における効果を 壁面変位の低減のみならず,前出の半径方向荷重 po, そ して poにおける支保要素の分担を ps, pb として表現す ることを目指している.このことからロックボルト両端 の変位差に応じて軸力を求めるモデルを選択しても支障 は小さいと判断した.

2.2.2 吹付けコンクリートと鋼製支保工の薄肉円筒モデ ル化

SSとSCを一体化した円筒の半径方向の変位 u_r と荷重 p_s の関係式として式(11)を利用するにはSS, SC 各々の剛 性と形状諸元に基づいて,両支保材が一体化した場合に 示す等価剛性 E_{eq} および等価厚さ t_{eq} を求める手順が必要 である.

図-5 に円筒の一部で,中心角 *d*の物体を示す.この 物体に作用している力を図中のように記述するとき,力 とモーメントのつり合い式は次のようになる^{16,18,19}.

$$\frac{dQ}{d\theta} - N + q_r \rho = 0, \quad \frac{dN}{d\theta} + Q + q_\theta \rho = 0, \quad \frac{dM}{d\theta} + Q\rho = 0 \quad (12)$$

ここに, *p*は図-5 に示す曲率半径, 軸方向力 *N*, せん断 力 *Q*, モーメント *M* である. 変位 *u*_r, *u*_θの関係は以下の ようになる.

$$N = -\frac{D}{\rho} \cdot \left(u_r + \frac{du_{\theta}}{d\theta} \right) - \frac{K}{\rho^3} \cdot \left(u_r + \frac{d^2 u_r}{d\theta^2} \right),$$

$$M = -\frac{K}{\rho^2} \cdot \left(u_r + \frac{d^2 u_r}{d\theta^2} \right)$$
(13)

ここに、平面応力では、*K=EI*, *D=EA*, 平面ひずみでは、 *K=EI*/(1- v^2)、*D=EA*/(1- v^2)である. なお、*I*は断面 2次 モーメント、*A* は断面積である. 式(13)の第一式右辺の 係数について $\sigma = D\rho^2/K$ を定義すると、圧縮の剛性 *D* と 曲げの剛性*K*に注目してシェル要素の力学的特徴を示す ことができる. つまり、 σ が大きくなれば、*N*の計算値 おける*K*の関与分(式(13))第一式の右辺第 2 項)は第一 項に比較して小さくなると言える. 厚さ*t*、幅 *h*の矩形断 面を例に挙げると、*I=ht*³/12 であるので、 $\sigma = 12/(t/\rho)^2$ と なる. つまり、 σ が十分大きいときには、

$$N = -\frac{D}{\rho} \cdot \left(u_r + \frac{du_{\theta}}{d\theta} \right), \quad M = -\frac{K}{\rho^2} \cdot \left(\frac{d^2 u_r}{d\theta^2} \right)$$
(14)

と書ける. 木山ら²⁰は,実用的なライニングの厚さを $0 < t/\rho < 0.1$ として, $t/\rho = 0.02$ を極めて薄いライニングの例 とする解析結果を報告している. Carranza-Torres, C. and Diederichs, M.¹⁶ も同じく $t/\rho = 0.1$ をライニング厚の上限 として $t/\rho = 0.025$ は極めて薄い例, $t/\rho = 0.25$ を厚い例とし ている. 図-6 に曲げ,圧縮に関する係数 $D\rho^{2/K}$ と厚さ tの関係を示す.式(11)の薄肉円筒の関係式を導入には, $\varpi = 12/(t/\rho)^{2}$ を指標に判断することになる.本文では薄い ライニングを対象にした解析例を次章以降に示す.

図-7 は、材料 2 (例えば、SC) 内に材料 1 (例えば、SS) が配置された様子を表している.ここに、h で示された区間に注目すれば、この図は同一の区間が 2 つあるので、基本区間の数は $n = h/\alpha = 2$ となる.材料の特性を D_1 、 D_2 ならびに K_1 、 K_2 と表記すれば、複合材の特性 t_{eq} 、

Eeq は次のようになる.

$$t_{eq} = \sqrt{\frac{12(K_1 + K_2)}{D_1 + D_2}}, \quad E_{eq} = \frac{n(D_1 + D_2)}{t_{eq} \cdot h}$$
 (15)

円筒断面に作用する総軸方向力 N,総せん断力 Q,総モ ーメント M が材料 1,2 内に生じている量の和として求め られると仮定すると,支保材各々について次のようにな る.

$$M_{1} = \frac{MK_{1}}{n(K_{1} + K_{2})} \qquad M_{2} = \frac{MK_{2}}{n(K_{1} + K_{2})}$$
(16)

$$Q_{1} = \frac{QK_{1}}{n(K_{1} + K_{2})} \qquad \qquad Q_{2} = \frac{QK_{2}}{n(K_{1} + K_{2})} \qquad (17)$$

$$N_{1} = \frac{ND_{1}}{n(D_{1} + D_{2})} \qquad \qquad N_{2} = \frac{ND_{2}}{n(D_{1} + D_{2})}$$
(18)

2.2.3 支保要素の効果を表現する内空圧--壁面変位曲線

支保材の効果を表現する応力,変位の定式化を進める 際,設置時に地山は①既に塑性域が発生している,②全 域において弾性状態にある,これら2つの条件を設定す る必要がある.ここでは,既に塑性域が発生している場 合を記述する.この場合には地山部分をi)塑性円内(a < r< R), ii)塑性半径 $R \ge RB$ の先端r = b (R < r < b), iii)RB の先端を内半径とする円孔を有する無限体(r > b)の3領 域に分ける. RB 設置時あるいは設置後に,R > bつまり 塑性半径が RB 先端を超えることは本誘導に含めていな い.ここでは,a < R < bを主対象として,上述の条件下 で式(1)を解くこととする.

①既に塑性域が発生している場合

誘導過程の記述は省略して応力および変位の計算に用 いる式のみ示す.

(i)*a*<*r*<*R*

塑性域内の応力状態は式(1)に前出の境界条件を適用して求める.

$$\sigma_r = \left(\sigma_{ra} + p_0 + \frac{S_c}{\zeta - 1}\right) \left(\frac{r}{a}\right)^{\zeta - 1} - \frac{S_c}{\zeta - 1}$$
(19)

$$\sigma_{\theta} = \zeta \left(\sigma_{ra} + p_0 + \frac{S_c}{\zeta - 1} \right) \left(\frac{r}{a} \right)^{\zeta - 1} - \frac{S_c}{\zeta - 1}$$
(20)

塑性円内の半径方向変位は,弾性分 *u*^{*r*}と塑性分 *u*^{*p*} (式 (4)参照)の和として求める.境界条件 7)で示す *r=R* にお ける半径方向変位の連続を満たす必要がある. *R* < *r* < *b* の変位分布式を求めたのちに記述する.

$$\left(\frac{R}{a}\right)^{\zeta-1} = \frac{\left(\zeta-1\right)\left\{2\sigma_{0} + \frac{ap_{b}}{\left(1-\nu_{gd}\right)b} + \frac{2S_{c}}{\zeta-1}\right\}}{\left(\zeta+1\right)\left\{\left(\zeta-1\right)\left(\sigma_{ra} + p_{0}\right) + S_{c}\right\}}$$
(21)

(ii) $R \le r \le b$

外径 r = b で外圧 $\sigma_{|r=b}$, 内径 r=R で内圧 $\sigma_{r|r=R}$ を受ける厚 肉円筒の弾性解を利用する. 応力ならびに変位の解は次 のとおりである.

$$\sigma_r = c_1 + \frac{c_2}{r^2}$$
 $\sigma_\theta = c_1 - \frac{c_2}{r^2}$ (22)

$$\bar{u}_{r} = -\frac{1+\nu_{gd}}{E_{gd}} \left\{ (1-2\nu)(c_{1}-\sigma_{0})r - \frac{c_{2}}{r} \right\}$$
(23)

ここに,

$$c_{1} = \sigma_{0} + \frac{ap_{b}}{2(1 - v_{gd})b}$$

$$c_{2} = \frac{-1}{\zeta + 1} \left[(\zeta - 1) \left(\sigma_{0} + \frac{ap_{b}}{2(1 - v_{gd})b} \right) + S_{c} \right] R^{2}$$

境界条件 7)で示すとおり, *r=R* において半径方向変位が 連続であることから, *a<r<R* における半径方向の変位は 次式となる.

$$\overline{u}_{r} = -\frac{1+\nu_{gd}}{E_{gd}} \left\{ (1-2\nu)(c_{1}-\sigma_{0})R - \frac{c_{2}}{R} - (\sigma_{0}-\sigma_{rR}) \left[\frac{a^{2}}{R} - \frac{a^{2}}{r} \cdot \left(\frac{r}{R}\right)^{N_{\psi}} \right] \right\} \left(\frac{R}{r}\right)^{N_{\psi}}$$

$$(24)$$

r = aとすれば、円孔表面の変位 $\overline{u}_{r|r=a}(=u_a)$ を求めることができる.

(iii)b < r

b < r の領域では、円孔(半径 b)を有する無限体の解を 利用する.

$$\sigma_r = \sigma_0 - \left(\sigma_0 + \frac{a}{b}p_b - c_1 - \frac{c_2}{b^2}\right)\frac{b^2}{r^2}$$
(25)

$$\sigma_{\theta} = \sigma_0 + \left(\sigma_0 + \frac{a}{b}p_b - c_1 - \frac{c_2}{b^2}\right) \frac{b^2}{r^2}$$
(26)

$$\overline{u}_{r} = -\frac{1+v_{gd}}{E_{gd}} \left(\sigma_{0} + \frac{a}{b}p_{b} - c_{1} - \frac{c_{2}}{b^{2}}\right) \frac{b^{2}}{r}$$
(27)

計算時には, *u*, *p*_b, *p*_sの値が式(9), (11)で示される関係を満足したと判断されるまで収束計算を行う必要がある. なお,支保材設置時に弾性域のみの式誘導の記載は 省略する.

3. GRC の解析例と支保の効果

図-3 に示す解析モデルを用いて,解析解による GRC に対する RB, SS および SC による円孔表面変位の低減 効果を示す.解析条件は以下のとおりである.

【地山】弾性係数 *E_{gd}=500MPa*, ポアソン比 *v_{gd}=0.495*, 粘 着力成分 *c*=400kPa, せん断抵抗角*d*=30°.

【ロックボルト】弾性係数 E_b =206GPa, 直径 d_b =24mm, 断面積 A_b =4.52×10⁻⁴m², 周方向設置間隔 β =11.25°, 設置長 さ L=4m.

【鋼製支保工】 *E*_{ss}=206GPa, *A*_{ss}=3.97×10⁻³m², 断面 2 次モ ーメント *I*_{ss}=1.62×10⁻⁵m⁴, 設置間隔 *w*=1m.

【吹付けコンクリート】 E_{sc} =4000MPa, A_{sc} =0.196m², I_{sc} =6.67×10⁻⁴m⁴.

 $K_1 = E_{ss}I_{ss}$, $D_1 = E_{ss}A_{ss}$, $K_2 = E_{sc}I_{sc}$, $D_2 = E_{sc}A_{sc}$ として求めたの



図-8 無支保時およびロックボルト設置時の半径 方向変位-内空圧関係(φ=30°)



図-9 3支保材設置時の半径方向変位−内空圧関
 係(φ=30°, σ=2400kPa)

ちに式(15)に用いて, E_{eq} =7552MPa, t_{eq} = 0.21m を得た. 地山の物性値のみならず,支保材の物性値が両者間の力 学的相互作用に影響を及ぼすことが想定されるが,本論 では,同一物性値における有限要素解析と理論解析の比 較に重きを置いて,以上の値を用いた.なお,有限要素 解析と理論解析とも初期応力 σ = 2400kPa として円孔部 の応力解放に対する地山と支保材の挙動を求めるもので ある.なお,これらの数値は模擬解析用に仮定したもの である.

図-8 に無支保および RB のみを設置した場合について, $\psi=0^{\circ}, 20^{\circ}, 30^{\circ}$ の3例に対する $\sigma_{ra}-u_a$ 関係を示す.まず, 無支保時の結果(実線)では、ダイレイタンシー角を大 きくすれば、円孔表面位置の変位量 u_a が大きくなること が表れている. RBを設置した場合($\lambda^{in}=0.8$)について, $\psi=0^{\circ}, 20^{\circ}, 30^{\circ}$ の3例に対する $\sigma_{ra}-u_a$ 関係(破線)を見る と、ダイレイタンシー角が大きいほど RB 設置による u_a の低減が顕著である. RB の設置と同時に SS, SC も設置 した例を図-9 に示す.この図では、図-10 に示す要素分 割図による有限要素解析結果も示している.使用した有 限要素解析ソフト(2D- σ)は関連流れ則を採用している



(a)解析モデル



(b)SS+SC 複合材および RB の配置

図-10 有限要素解析モデル

ので、 $\psi = \phi = 30^{\circ}$ のみを描いている.有限要素解析では, RBを軸要素として、SS、SCを複合体としてモデル化し たのちにはり要素として解析に用いている.なお、はり 要素と地山を表す要素の接触面では周方向の相対変位は 生じない設定としている.まず、第2章に記載した解に よる結果と有限要素解析結果の差は許容できる範囲にあ ると判断している.図-9より、 u_a の低減という点では SS+SCの効果が RBのそれを上回ること、3つの支保材 を同時に設置した解析における内空面変位の低減は、RB の効果と SS+SC の効果の和より小さいことが観察され る.これを荷重面から示したものが図-11である.

図-11に $\sigma_{ra}=0$ における p_0 , p_b , p_s の計算値を示した. この図に示す結果は 2. に記述した弾塑性解によるもの のみであり、 $\psi = 30^\circ$ 以外の例も記載している. 縦軸の上 端が支保工設置時の σ_{ra} であり、 $\lambda^{in}=0.8$ (σ_{ra} ⁱⁿ = 480kPa)で ある. ●, ▲, ■で示す RB, SS+SC, RB+SS+SC いず れの例でもダイレイタシン—角が大きくなれば、支保工 による負担 p_0 が大きくなり、この例では、 σ_{ra} ⁱⁿの 50%以 上を支持していることになる. 図中の凡例のうち、●は RBのみ、▲は SS+SC 複合材のみの結果であり、凡例〇







図-12 内周上での変位計測点の配置の一例²¹⁾



図-13 図-9の3支保材設置時以降の拡大図

△は RB+SS+SC の解析(■) における RB の発生荷重
 (○), SS+SC の発生荷重(△)を表している.RB+SS+SC
 では、SS+SC の負担分の低下(▲→△) に比べて RB の
 それ(●→○) が大きいことがわかる.ただし、この結
 果は図-3 に示すように支保を瞬時に全周設置した理論
 解によるものであるため、例えば上半部のみに設置され

る等, 閉合していない例では *p*₀, *p*_s の求め方に検討 が必要であることを付記する.

以上の内容は、図-1のように地山、支保各々の特性関係の交点として平衡を表す考え方に代わり、3つの支保 要素が発揮する効果を地山要素の平衡方程式に導入し地 山の支保力、支保の寄与を定量的に示す試みである.理 論解を利用しているため、実問題への適用に向けての課 題は多い.これについては次章で整理する.

4. 今後の展開 - 結語に代えて -

第2章に述べた解析法は,等方等圧,均質の条件下の 円形トンネルに対して求めたものである. トンネル切羽 付近の変形は図-12 に示すように天端, 側壁中央に設け た測点の変位あるいは2点間距離変化で計測されるのが 一般的である²¹⁾. 図-9 に示す解析結果において, このよ うな計測結果に対応するのは、図-13のGo以降の変位で ある.まずは、この図に示したAuaを内周上の計測値か ら求める手法が必要であろう. さらに、 σ_{ra} は2次元解 析のパラメータであるので,支保の効果を荷重レベルで 評価するならば、吹付けコンクリートと鋼製支保工の応 力度(軸力), ロックボルトの軸力の計測値が必要であろ う. 本文に記述した理論解を地山の挙動評価さらには計 測管理ということに利用するならば、多くの課題が残っ ている. 解析パラメータを追加して, より多様な条件に 対応する手順への発展させることは、解析法の使用性の 低下をもたらす. 解析手順はなるべく簡便に留め, 課題 に対する対策を求めていくべきであると考えている.例 えば、次のようなことである.図-1中に示すように半径 a の円孔表面において一様な半径方向変位δが生じたと する. δは a に対して極めて小さく, 2 次以上の微小項が 無視できるとすれば、次式が成り立つ.

$$\frac{\Delta \overline{S}}{\overline{S}} = \frac{2\delta}{a} \tag{28}$$

ここに, $\overline{S} = \pi a^2$. この関係は図-8 あるいは9の横軸の 数値を求めるには,面積の変化が参考になることを示し ている.このような考察の積み上げにより課題を解決し 技術開発に結び付けたいと考えている.

参考文献

- 土木学会編:トンネル標準示方書,[共通編]・同解説
 / [山岳工法編]・同解説, p.73, 2016.
- 谷本親伯:NATM における情報化施工,土と基礎, Vol. 30-7, pp.63-70, 1982.
- Rabcewicz, L. V.: The New Austrian Tunnelling Method, Water Power, pp.453-457, 1964.
- 岡 行俊・菅原勝彦:地下構造物の設計と施工, pp.1-19, 土木学会, 1976.
- 5) 谷本親伯・畠 昭治郎: 切羽周辺での地山挙動を考

慮したトンネル支保の基本的概念,土木学会論文報 告集, Vol. 325, pp.93-106, 1982.

- 6) 西村正夫:トンネル掘削に伴う周辺岩盤のゆるみ領域 と安定性評価に関する研究,京都大学博士学位請求論 文,pp.19-62,1992.
- 瀬崎満弘, Ömer AYDAN, 川本朓万:特性曲線法に関 する考察, 土木学会論文集, No. 499/III-28, pp. 77-85, 1994.
- Egger, P.: Design and construction aspects of deep tunnels (with particular emphasis on strain softening rocks), Tunneling and Underground Space Technology, Vol.15, No.4, pp.403-408, 2000.
- 9) 木山英郎,藤村 尚,西村 強:DEM 解析による Fenner-Pacher 型支保特性曲線の実現と考察,土木学 会論文集,第 394 号/Ⅲ-9, pp.37-44, 1988.
- Kovari, K.: Erroneous Concepts behind NATM, Felsmechanik Kolloquium, Salzburg, pp.1-19, 1993.
- 11) 西村 強・河崎拓実・河野勝宣:円孔の弾塑性解に基づく地山の変位と支保工による収束効果,トンネル工 学報告集,第33巻,I-7,pp,1-10,2023.
- Mitelman, A. and Elmo, D.: Analysis of tunnel-support interaction using on equivalent boundary beam, Tunneling and Underground Space Technology, Vol.84, pp.218-226, 2019.
- Gschwandtner, G. G. and Galler, R.: Input to the application of the convergence confinement method with time -dependent material behavior of the support, Tunneling and Underground Space Technology, Vol.27, pp.13-22, 2012.
- 14) Bobet, A. and Einstein, H., H.: Tunnel reinforcement with rock bolts, Tunneling and Underground Space Technology, Vol.26, pp.100-123, 2011.
- 15) 蒋 宇静・江崎哲郎・横田康行:軟岩地山トンネルの 安定におけるロックボルトの力学的作用効果,土木学 会論文集, No.561/Ш-38, pp. 19-31, 1997.
- 16) Carranza-Torres, C. and Diederichs, M.: Mechanical analysis of circular liners with particular reference to composite supports. For example, liners consisting of shotcrete and steel sets, Tunneling and Underground Space Technology, Vol.24, pp.506-532, 2009.
- 17) 前掲1), p.186.
- Flugge, W.: Stresses in Shells, Springer-Verlag Inc, New York, 1967.
- 19) 村上敬宜: 弹性力学, pp.143-149, 2004.
- 20) 木山英郎,藤村 尚,西村 強,池添保雄:2次元弾 性解をもとにしたトンネル支保特性曲線の構成,土木 学会論文集, No.617/Ⅲ-46, pp.139-149, 1999.
- 21) 前掲1), pp. 242-249.

(2024年9月30日 受付)